N° d'enregistrement
au CNRS
A.O. 7331

Article principal recouvrant en partie

La THESE

Présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI

Par

M. Louis FERNEZ

Pour obtenir
le grade de Docteur Ingénieur

Sujet de la thèse:

ETUDE DE TURBINES DEBITMETRIQUES A PALES HELICOÏDALES

Soutenue le 27 Juin 1972 devant la commission d'examen

composée de MM. A. FORTIER Président

R. COMOLET

M. DOUCHEZ Examinateurs

N° d'enregistrement
au CNRS
A.O. 7331

Article principal recouvrant en partie

La THESE

Présentée

A L'UNIVERSITE DE PARIS VI

Par

M. Louis FERNEZ

Pour obtenir
le grade de Docteur Ingénieur

Sujet de la thèse:

ETUDE DE TURBINES DEBITMETRIQUES A PALES HELICOÏDALES

Soutenue le 27 Juin 1972 devant la commission d'examen composée de MM.

A. FORTIER — Président

R. COMOLET — Examinateurs

M. DOUCHEZ — Examinateurs

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41543516_0138

Thermique et Aéraulique, France
Tome 2, N°1, Juillet-Septembre 1972

ETUDE DE TURBINES DEBITMETRIQUES A PALES HELICOIDALES

par Louis FERNEZ

Study of flowmeter - Turbines with screw blades

Untersuchung von Durchfluss-messturbinen mit schrauben-förmigen Schaufelblättern

Cette recherche a été effectuée au Laboratoire de Mécanique Expérimentale des Fluides de l'Université de Paris VI sous la direction de Monsieur le Professeur COMOLET, par Monsieur L. FERNEZ, pour l'obtention du titre de Docteur-Ingénieur.

Relative à l'étude théorique et expérimentale de turbines débitmétriques à pales hélicoïdales, elle analyse les conditions de fonctionnement et revèle la grande précision que ce dispositif permet d'obtenir pour les mesures de débit.

Notations - Introduction - Dispositifs d'étalonnage - Réalisation de l'installation d'étalonnage - Etude théorique - Résultats expérimentaux - Exploitation des résultats - Conclusions - Bibliographie -

RESUME

Les turbines débitmétriques sont actuellement utilisées dans l'industrie, l'approche des caractéristiques réelles par des droites passant par l'origine permettant d'évaluer le débit de fluide les traversant.

L'étude de turbines à pales hélicoïdales a été menée à partir de travaux permettant de déterminer la déviation subie par un fluide traversant, sous incidence nulle, une grille fixe de plaques planes rectilignes.

Si N est la fréquence de rotation expérimentale, et N_O la fréquence théorique en fluide parfait, nous démontrons, et nous vérifions expérimentalement l'existence d'un glissement $1 - \frac{N}{N_O} < 0$, et que ce glissement tend vers une constante si la vitesse croît, cette constante étant indépendante du fluide.

Nous avons mis en évidence l'influence de l'état de surface des pales de la turbine et du jeu entre pales et conduite.

SUMMARY

Flowmeter turbines are at present used in industry; the approach of the actual characteristics by means of straight lines passing trough the origin makes it possible to calculate the fluid amount flowing through them.

The study of screw-blade turbines was carried out on the basis of research work, making it possible to calculate, under incidence zero, the deflection experienced by a fluid passing through a fixed grate made of flat rectilinear plates.

If the experimental rotation frequency is N and the theoretical frequency in a perfect fluid is N_O, we demonstrate and experimentally verify the existence of a gliding $1 - \frac{N}{N_O} < 0$ leading to a constant if the velocity increases, this constant being independent of the fluid.

We have emphasised the influence of the surface state of the turbine blades and of the play existing between the blades and the pipe.

ZUSAMMENFASSUNG

Turbinen zur Durchflussmessung werden zur Zeit in der Industrie eingesetzt,denn die Annäherung der wirklichen Charakteristiken durch Geraden, die durch den Nullpunkt gehen, erlauben, die durch sie verlaufende Fluiddurchflussmenge abzuschätzen.

Die Untersuchung von Turbinen mit schraubenförmigen Schaufelblättern wurde auf der Grundlage von Arbeiten durchgeführt, welche es erlauben, die Ablenkung zu bestimmen, der ein Fluid unterworfen ist, wenn es unter Einfallswinkel Null ein aus geradlinigen ebenen Platten bestehendes festes Gitter durchläuft.

Ist N die experimentelle Rotationsfrequenz und N_O die theoretische Frequenz in einem idealen Fluid, so zeigen wir und beweisen experimentell das Vorhandensein eines Schlupfes $1 - \frac{N}{N_O} < 0$. Ausserdem wird nachgeprüft, dass dieser Schlupf einer Konstante zustrebt, wenn die Geschwindigkeit zunimmt (diese Konstante ist vom Fluid unabhängig).

Somit haben wir den Einfluss des Oberflächenzustandes der Turbinenschaufelblätter und des Spiels zwischen den Schaufelblättern und dem Kanal klargestellt.

NOTATIONS

Caractéristiques de la turbine

C Longueur de la roue

L Pas de l'hélice

n Nombre d'aubes

k_s Rugosité équivalente

ℓ Longueur des pales ou rayon r

e Epaisseur des pales ou rayon r

γ Calage des pales ou rayon r

Indices :

1 moyeu

2 extrémité des pales

$a = \frac{L}{2\pi}$ $\quad tg\,\gamma = \frac{r}{a} = y$

Caractéristiques de l'écoulement

$\vec{W}$ Vitesse relative moyenne $= \frac{\vec{W}_1 + \vec{W}_2}{2}$

$\vec{W}_p$ Vitesse relative dans le plan de la grille amont

V Vitesse axiale

C_z Coefficient de portance

C_x Coefficient de traînée

β Angle de W avec la direction axiale

$i = \gamma - \beta_1$ angle d'incidence

t Pas de la grille

Re Nombre de Reynolds

δ^* Epaisseur de déplacement

θ^* Epaisseur de quantité de mouvement

$\omega = 2\pi N$ Vitesse de rotation

$H = \frac{\delta^*}{\theta^*}$ $\quad N_o = \frac{V}{L}$

k Influence de l'incidence sur la portance d'une plaque plane isolée

A_p Poussée axiale due aux pales

A_m Contribution du moyeu à la poussée axiale

Indices :

1 amont

2 aval

o incidence nulle

La totalité des tableaux de résultats ne pouvant être publiée, nous tenons ceux-ci à la disposition des lecteurs intéressés

I - INTRODUCTION

Les turbines débitmétriques sont actuellement d'un usage fréquent dans l'industrie où elles donnent une grande satisfaction à leurs utilisateurs. Il s'agit de turbines mises en rotation par l'écoulement d'un fluide dans une canalisation et n'échangeant qu'une très faible énergie avec le fluide lui-même et les supports, cette perte étant due aux frottements des paliers, tourbillons en bout de pales, et dispositifs de mesure de la vitesse de rotation.

En fluide parfait, on obtiendrait une courbe caractéristique linéaire reliant la vitesse de rotation au débit. L'utilisation de cette droite à la place des caractéristiques obtenues en fluides réels permet des mesures meilleures que 1 %, la reproductibilité étant très supérieure. Des dispositifs ont été envisagés afin d'améliorer les performances de ces débitmètres : LEE et KARLBY [1] [2] ont imaginé un dispositif secondaire d'arrivée de fluide sur le moyeu pour corriger les effets de viscosité, et encastré les pales dans des encoches creusées dans la conduite. Les résultats, non justifiés théoriquement, ne semblent pas intéressants.

La mesure de la vitesse de rotation s'effectue en général à l'aide d'un dispositif électromagnétique : on peut installer des petits aimants dans les pales, et un solénoïde à l'extérieur de la conduite : la mesure de la fréquence du courant induit par le déplacement des aimants donne la vitesse de rotation de la roue, ou une indication volumétrique. Ce courant peut être amplifié pour actionner des dispositifs régulateurs.

La réalisation de pales en résine fluocarbonée "Teflon PTFE" a permis d'utiliser ces débitmètres avec des fluides corrosifs et, le dimensionnement des pales variant de quelques millimètres à plusieurs centimètres, avec de grandes gammes de débits.

Il est nécessaire,pour étendre le domaine d'application de ces débitmètres afin de les rendre utilisables avec une plus grande précision et une grande durée d'utilisation, de connaître les courbes caractéristiques donnant la vitesse de rotation en fonction du débit,les variations de la poussée axiale,et l'influence du jeu en bout de pales pour l'utilisation en fluides réels.

II - DISPOSITIFS D'ETALONNAGE

2.1 - ETALONNAGE DYNAMIQUE

2.1.1 - PRINCIPE DU TUBE ETALON

Ce système, proposé par E.GAGEY [3], se compose d'une pompe, de la turbine à étudier, et d'une sphère qui balaie, entre deux détecteurs, un volume connu de liquide. L'installation est conçue de telle sorte que les tuyauteries soient remplies sans laisser d'air et que le fluide puisse être mis sous pression. Le passage de la sphère devant les détecteurs déclenche et arrête le comptage des impulsions émises par la turbine.

2.1.2 - PRINCIPES PROPOSES PAR LE NATIONAL BUREAU OF STANDARDS [4]

a) Systèmes à réservoir mobile

Avec ce dispositif d'étalonnage, l'écoulement de fluide remplit un réservoir jusqu'à équilibrer l'effet du contrepoids, ce qui déclenche le chronométrage. On ajoute alors un poids sur le plateau. Le chronométrage s'arrête lors d'un nouveau passage à l'équilibre. Les défauts de principe de ce système sont les changements d'impulsion du jet et les variations d'inertie du dispositif selon la hauteur d'eau dans la citerne.

b) Dispositif par repérage de masses sélectionnées

On adapte, sur une balance, un mécanisme se déclenchant lorsque le poids sur le plateau atteint diverses valeurs présélectionnées; on repère ainsi la durée correspondant à l'écoulement d'une masse donnée de liquide et sa constance au cours du remplissage de la cuve.Les inconvénients de ce système sont les changements d'impulsion du jet selon le niveau de remplissage de la cuve et l'inertie propre du système de masses présélectionnées.

c) Utilisation de ballons jaugés

La durée de remplissage d'un réservoir, de caractéristiques connues, est mesurée par un dispositif électrique ou optique. On peut par exemple relier le récipient à un manomètre à mercure, des contacts électriques se déclenchant lorsque certains niveaux sont atteints.

Outre les effets dynamiques et les tourbillons se créant à la surface du liquide, qui influent sur le manomètre et la précision des contacts, deux sources d'erreurs peuvent intervenir : l'effet thermique modifie le volume du ballon, et l'état d'humidité des parois n'est pas parfaitement connu.

2.2 - DISPOSITIFS STATIQUES D'ÉTALONNAGE

L'installation d'étalonnage que nous avons conçue est conforme au dispositif conseillé par le National Bureau of Standards (fig.1).

On obtient ainsi une précision de l'ordre de 1/1000 avec un dispositif ne perturbant pas l'écoulement à travers le débitmètre et permettant une détermination statique des masses : un dispositif mécanique, solidaire d'un chronomètre, permet de diriger l'écoulement soit vers un réservoir, soit vers l'évacuation. La pesée de la quantité de liquide déversé et la durée de l'écoulement nous permettent de déterminer les débits. Ce dispositif, assez long à employer, est plus précis que les systèmes dynamiques.

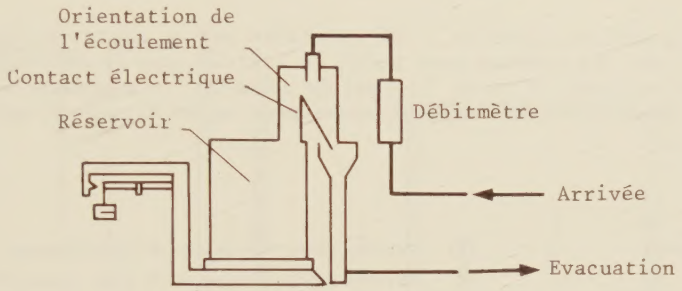


Fig.1 - Installation d'étalonnage

III - REALISATION DE L'INSTALLATION D'ETALONNAGE

3.1 - MESURE DES DÉBITS

Un coude mobile a été installé sur la conduite, en aval du débitmètre, afin de faire passer l'écoulement soit vers l'évacuation, soit vers le réservoir sur la balance.

Le contrôle des durées de remplissage s'effectue à l'aide de deux barrières optiques : deux index solidaires du coude mobile obstruent le rayon d'une cellule durant le mouvement du coude, l'un, lorsque la totalité du jet est dirigée vers l'évacuation, l'autre, lorsque la totalité du jet est dirigée vers le réservoir. Le signal issu de chaque cellule, normalisé, est envoyé sur un fréquencemètre monté en chronomètre (cf. 3.5.2) ; nous obtenons ainsi deux durées, l'une t_1 supérieure au temps de remplissage, l'autre t_2 inférieure.

L'incertitude sur le positionnement des index lors du déclenchement étant très petite devant $t_1 - t_2$, on obtient une plage de temps dans laquelle se situe la durée exacte de remplissage. Ainsi, on détermine par pesée la quantité d'eau écoulée durant t telle que $t_2 < t < t_1$. On prendra :

$$t = \frac{t_1 + t_2}{2} \pm \frac{t_2 - t_1}{2}$$

Ainsi les mesures de débit ne dépendent que de la mesure de t_1, t_2, et de 2 pesées (l'une réservoir vide, l'autre plein), les phénomènes liés à l'écoulement n'intervenant pas.

3.2 - INSTALLATION D'ÉTALONNAGE

L'installation est alimentée au moyen d'un réservoir à niveau maintenu constant par un déversoir de 15 [m^3] situé à 12 [m] au-dessus de l'installation. Le réglage des débits s'effectue à l'aide de deux vannes montées en série.L'eau traverse ensuite un filtre servant en même temps de dégazeur.

A l'aval de ce filtre, se situe l'installation d'étalonnage. La turbine est placée dans une conduite rectiligne cylindrique ; une longueur de stabilisation de plus de 45 diamètres a été prévue à l'amont, et de 12 diamètres à l'aval, avant le dispositif de mesure des débits (fig.2).

La turbine est exactement centrée sur cette conduite , l'accouplement des stators soutenant la turbine avec la conduite étant formé de pièces rectifiées.

Les températures sont repérées à l'aide d'un thermomètre à mercure, à 2/10 [°C] près.

Il est possible de faire arriver de l'air comprimé sur le filtre , le débit étant maintenu constant, à l'aide d'un col sonique, et les pressions réglées par un détendeur auquel est joint un pilote.

Au niveau de la turbine,la conduite a été remplacée par un corps de visualisation en plexiglass. Les dimensions ont été prévues pour qu'il ne subisse pas de déformations . Deux corps de visualisation ont été utilisés, l'un de 75 [mm] de diamètre (= diamètre de la conduite), l'autre de 55,05 [mm] . Dans ce dernier cas, un convergent et un divergent ont été adaptés sur les stators.

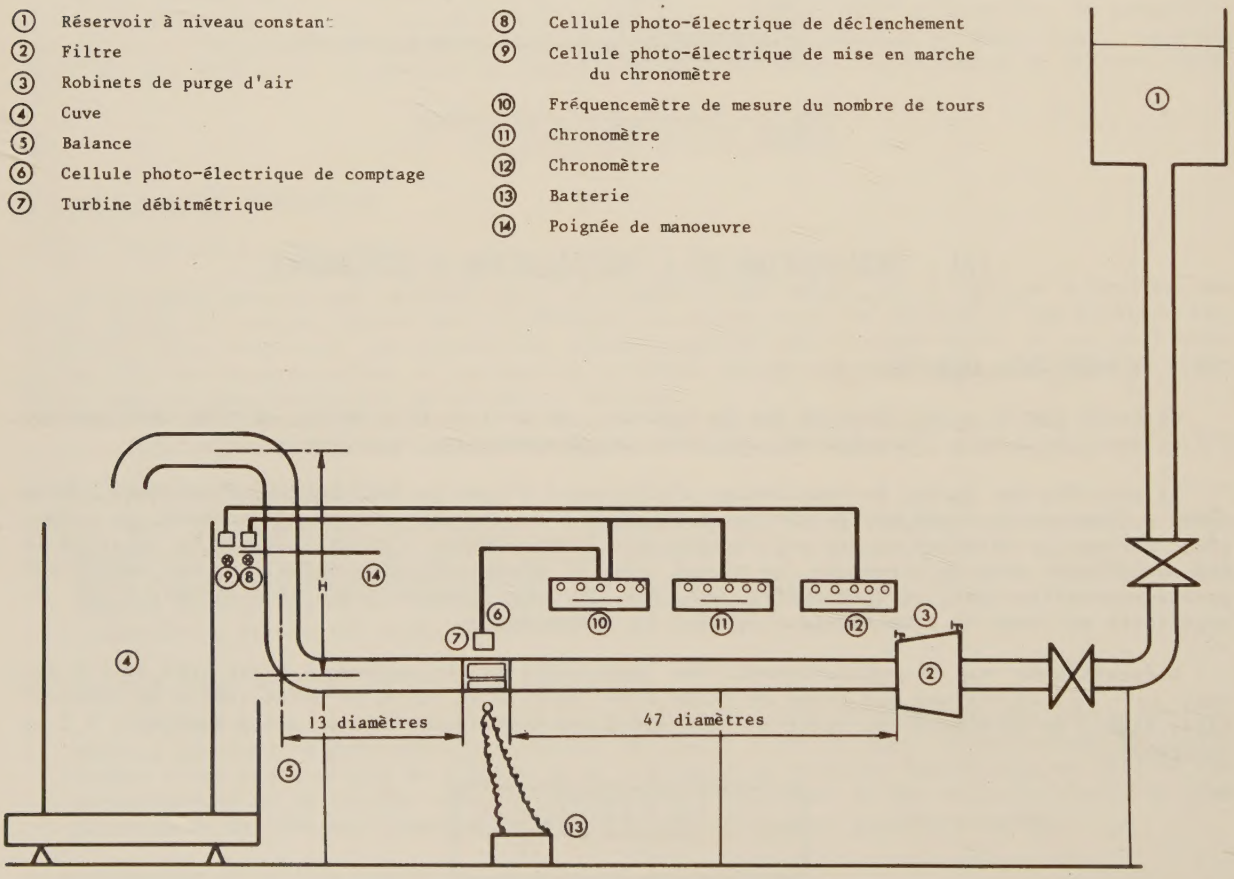


Fig.2 - Schéma de l'installation

3.3 - MESURE DE LA POUSSÉE AXIALE

3.3.1 - PRINCIPE DE LA MESURE

Afin de déterminer la poussée axiale s'exerçant sur la turbine , le palier aval supportant l'axe de rotation a été monté dans son support avec un léger jeu, ces deux pièces formant alors un ensemble cylindre-piston . On peut donc imposer un déplacement axial à la turbine et repérer la force nécessaire pour la maintenir en équilibre (fig.3) . En outre, entraîné par la rotation de la turbine, le palier aval peut tourner lentement, ce qui diminue la force de frottement entre l'axe et le palier.

Le palier aval de la turbine coulisse dans un cylindre A , le déplacement étant obtenu par la mise sous pression de l'eau déminéralisée et filtrée contenue dans le réservoir B . Cette mise sous pression s'effectue avec de l'azote contenu dans une bouteille C et traversant un détendeur D .

On repère la pression de l'eau dans le réservoir à l'aide d'un manomètre à mercure (h) , et la perte de charge de part et d'autre de la turbine (h') .

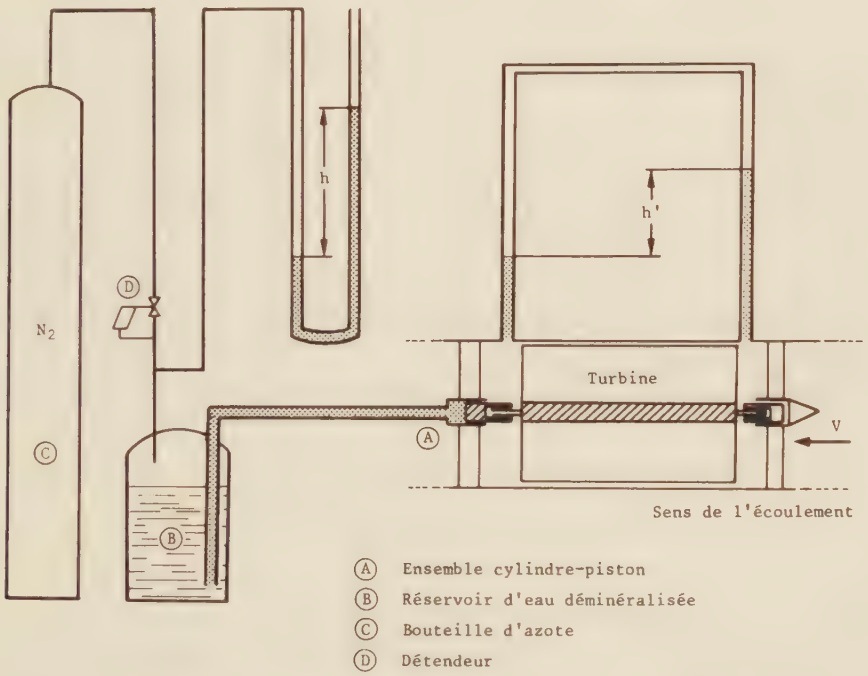


Fig.3 - Schéma de l'installation permettant la mesure de la poussée axiale

3.3.2 - MODE OPERATOIRE

En principe , l'équilibre de la turbine entre les positions extrêmes de déplacement étant instable,il est nécessaire de repérer la mise en mouvement axial de l'ensemble cylindre-piston. Ainsi, pour chaque mesure, on commence par plaquer le rotor sur le stator amont ($h_1 > h$ équilibre) , puis, en abaissant h_1 , on peut obtenir le déplacement de la turbine vers le stator aval; la valeur obtenue pour h_1 correspond alors à la poussée axiale (fig.4 et 5).

a) Etude du vortex entre le moyeu et les supports des axes de rotation

D'après R.COMOLET [5], si la roue tourne à la vitesse angulaire ω , on peut admettre que le fluide compris entre le moyeu et les supports d'axe de rotation est entraîné dans un mouvement circulaire que l'on admet être celui d'un vortex forcé tournant à la vitesse $\frac{\omega}{2}$; la pression due à ce vortex varie avec le rayon r selon la loi :

$$p = p_1 - \rho \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \frac{r_1^2 - r^2}{2}$$

p_1 = pression au rayon r_1 limitant ce vortex.

Lorsque la turbine est plaquée sur le support amont, les entrefers, à l'amont et à l'aval entre les supports et le moyeu, sont égaux (par construction), de sorte que les deux vortex induisent des variations de pression identiques sur les deux faces du moyeu.

Si, au contraire, la turbine s'appuie sur le support aval, seul le vortex aval fait sentir ses effets sur le moyeu car, entre ce dernier et le support amont, l'écart est assez grand pour que l'on puisse admettre que la pression soit sensiblement constante.

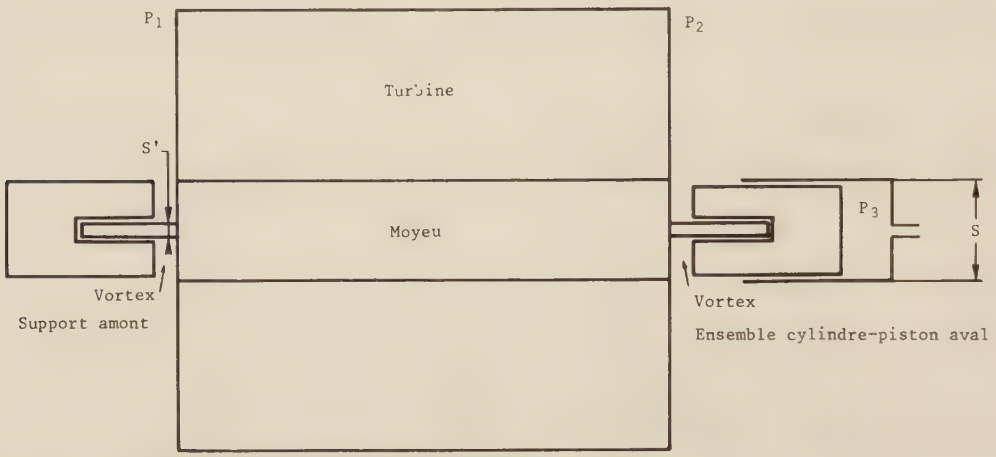


Fig.4 - Coupe représentant la turbine plaquée sur le support amont

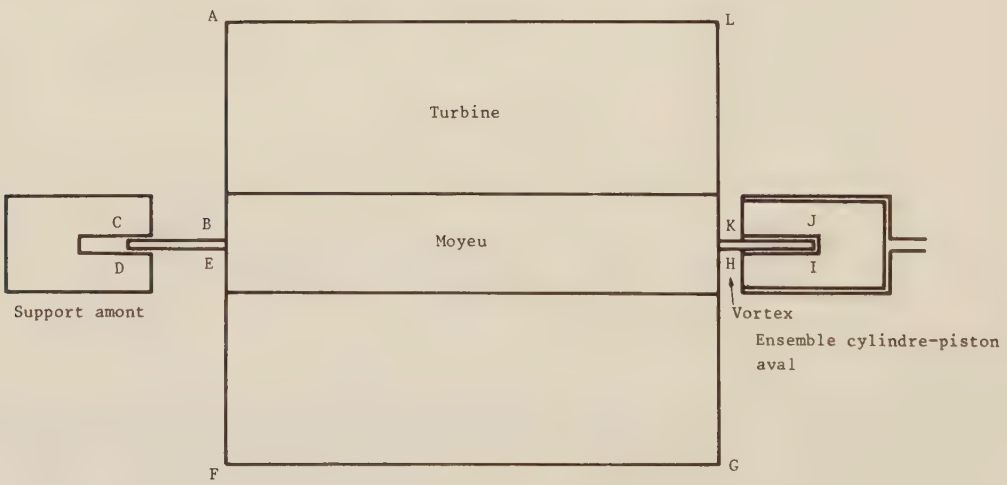


Fig.5 - Coupe représentant la turbine plaquée sur le support aval

b) Variations de $p_1 - p$ dans le vortex

$$p_1 - p = \rho \left(\frac{\omega}{2}\right)^2 \frac{r_1^2 - r^2}{2}$$

Dans le montage expérimental on a :

$$r_1 \simeq 7 \text{ [mm]}$$
$$\rho = 10^3 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$
$$\omega = 2\pi N \qquad (N : \text{fréquence de rotation})$$
$$p_1 \simeq 8 \cdot 10^3 \text{ [N/m}^2\text{]}$$
$$p_1 - p \simeq 0{,}49 \ N^2 \quad \text{au centre}$$
$$\frac{\Delta p}{p_1} = 6{,}1 \ N^2 \cdot 10^{-5} \quad \text{au centre}$$
$$\frac{\Delta p}{p_1} < 5\ \% \qquad (N < 28 \text{ [tr/s]})$$

Ainsi, si $N < 28$ [tr/s] , l'effet du vortex peut être négligé à 5 % près .

a) Etude de la lubrification de l'ensemble cylindre-piston

Si r_1' est le rayon du piston, et r_2' le rayon du cylindre, on peut écrire, L' étant la longueur du piston dans le cylindre (fig.6) :

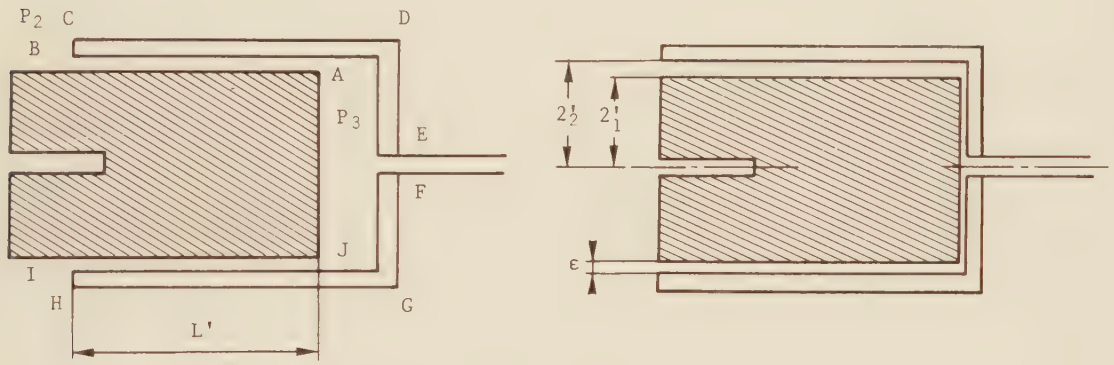


Fig.6 - Ensemble cylindre-piston

$$2\pi\mu L' \frac{d\left(r\frac{du}{dr}\right)}{dr} dr + (p_3 - p_2)\, 2\pi r\, dr = 0$$

$$\frac{d\left(r\frac{du}{dr}\right)}{dr} = -\frac{p_3 - p_2}{\mu L'} r$$

$$u = \frac{1}{4\mu} \frac{p_3 - p_2}{L'} r^2 + G_1 \lg r + G_2$$

Comme $u = 0$ si $r = r_1'$ ou $r = r_2'$, on a :

$$u = \frac{p_3 - p_2}{4\mu L} \left[(r_2'^2 - r^2) - (r_2'^2 - r_1'^2) \frac{\ln \frac{r}{r_2'}}{\ln \frac{r_1'}{r_2'}} \right]$$

$$q_v = \int_{r_1'}^{r_2'} u \cdot 2\, r\, \pi \cdot dr$$

$$q_v = \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} (r_2'^2 - r_1'^2) \left[r_2'^2 + r_1'^2 - \frac{r_2'^2 - r_1'^2}{\ln \frac{r_2'}{r_1'}} \right]$$

En posant $r_2' - r_1' = \varepsilon$ et en notant $\varepsilon << r_1'$, on obtient :

$$qv = \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} (2\, r_1' + \varepsilon)\, \varepsilon \left[(r_1' + \varepsilon)^2 + r_1'^2 - \frac{(2\, r_1' + \varepsilon)\, \varepsilon}{\ln (1 + \frac{\varepsilon}{r_1'})} \right]$$

$$q_v \simeq \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} (2\, r_1' + \varepsilon)\, \varepsilon \left[2\, r_1'^2 + \varepsilon^2 + 2\, r_1'\, \varepsilon - \frac{(2\, r_1' + \varepsilon)\, \varepsilon}{\frac{\varepsilon}{r_1'} - \frac{\varepsilon^2}{2\, r_1'^2} + \frac{\varepsilon^3}{3\, r_1'^2}} \right]$$

$$q_v \simeq \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} \cdot (2\, r_1'\, \varepsilon + \varepsilon^2) \left[2\, r_1'^2 + \varepsilon^2 + 2\, r_1'\, \varepsilon - \frac{(2\, r_1'^2 + \varepsilon\, r_1')}{1 - \frac{\varepsilon}{2\, r_1'} + \frac{\varepsilon^2}{3\, r_1'^2} \cdots} \right]$$

$$q_v \simeq \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} (2\, r_1'\, \varepsilon + \varepsilon^2) \left(2\, r_1'^2 + \varepsilon^2 + 2\, r_1'\, \varepsilon - \right.$$
$$\left. - (2\, r_1'^2 + \varepsilon\, r_1') \left[1 - \left(- \frac{\varepsilon^2}{2\, r_1'} + \frac{\varepsilon^2}{3\, r_1'} \cdots \right) + \left(- \frac{\varepsilon}{2\, r_1'} + \frac{\varepsilon^2}{3\, r_1'^2} + \cdots \right)^2 \right] \right)$$

$$q_v \simeq \frac{\pi}{8\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} (2\, r_1'\, \varepsilon + \varepsilon^2) \left[\frac{4\, \varepsilon^2}{6} + \varepsilon^3 (\cdots) \right]$$

$$\boxed{q_v \simeq \frac{\pi}{6\,\mu} \cdot \frac{p_3 - p_2}{L'} \cdot \varepsilon^3\, r_1'}$$

(on retrouve le résultat obtenu pour l'écoulement laminaire entre deux plaques planes, largeur $2\,\pi\, r_1'$, distantes de ε) si :

$\mu = 10^{-3}$ [pl]

$\varepsilon = 20$ [μ]

$r_1' = 7$ [mm]

$L = 5$ [mm]

$p_3 - p_2 = 600$ [mm Hg] (valeur expérimentale maximale).

$$q_v \simeq \frac{\pi}{6 \times 10^{-3}} \times \frac{0,6 \times 13,6 \times 10^3}{5 \times 10^{-5}} \times 9,8 \times (2 \times 10^{-5})^3 \times 7 \times 10^{-3}$$

$$q_v \simeq 5 \times 10^{-10} \quad [m^3/s]$$

3.3.3 - CALCUL PRATIQUE DE LA POUSSEE AXIALE

a) Calcul à l'aide de pistons

Considérons, sur la figure 6, la surface de référence A B C D E F G H I J, limitant la partie fixe de l'ensemble cylindre-piston. Elle est tracée entièrement dans le fluide, sauf en E F (arrivée d'eau alimentant le piston).

En supposant que la pression p_2 règne sur BC, DE, FG, HI, et p_3 sur JA, on a, en négligeant les forces de tension sur AB et IJ, et appliquant le théorème des quantités de mouvement :

$$\boxed{A = (p_3 - p_2)\, s}$$

s : section du piston.

Remarques :

1) Les conditions d'écoulement dans l'ensemble cylindre-piston, exposées ci-dessus, permettent de justifier l'hypothèse selon laquelle les forces de tension sont négligeables sur AB et IJ.

2) Les vortex forcés calculés ci-dessus étant les mêmes sur les faces extrêmes du moyeu, l'expression ainsi obtenue correspond bien à la poussée axiale alors que la mesure obtenue en effectuant le déplacement du piston de l'aval vers l'amont ne tiendrait compte que d'un seul vortex, ce qui fournirait une valeur expérimentale supérieure à la poussée axiale.

b) Calcul de la poussée axiale par mesure de perte de charge

En appliquant (fig.5) le théorème des quantités de mouvement à la surface A B C D E F G H I J K L limitant la turbine et ses axes de rotation, et en négligeant les forces de tension sur AL, BC, DE, FG, HI, KJ, et en remarquant que cette surface est entièrement dans le fluide sauf en IJ, on peut écrire :

$$A = p_1 S - \int_{GL} p \, ds$$

S : section de la turbine.

D'après l'étude du vortex effectuée ci-dessus, on peut en effet considérer que p_1 règne sur AB, CD et EF.

Si la vitesse de rotation est faible, on peut écrire :

$$A = p_1 S - p_2 (S - s')$$

s' : diamètre de l'axe de rotation.

Comme $s' \ll S$, on a, aux faibles vitesses :

$$\boxed{A \simeq (p_1 - p_2)\, S}$$

Les forces de tension pouvant apparaître sur BC, DE, HI, JK, peuvent influer sur la vitesse de rotation, mais non sur la poussée axiale.

Aux faibles vitesses, ce système de mesure a été préféré au dispositif à piston car la sensibilité de ce dernier est alors mauvaise par suite de frottements dans le dispositif.

3.4 - MONTAGE PRATIQUE DU STATOR

3.4.1 - PROTECTION DE LA TURBINE

Dans une première réalisation il existait un couple électrique entre la conduite et la turbine, l'une étant en laiton , l'autre en duralumin. De ce fait, une oxydation apparaissait très rapidement sur les pales. Il a donc été nécessaire de protéger la turbine pour qu'il n'y ait pas de corrosion du fait des transports ioniques dans l'eau, ni par conduction directe avec les stators . On a donc, d'une part, traité superficiellement la turbine , d'autre part, utilisé des paliers non conducteurs.

Un traitement superficiel de la turbine par oxydation anodique nous a apporté, outre un bon état de surface, une protection satisfaisante contre la corrosion.

3.4.2 - REALISATION DES PALIERS

Il était nécessaire, pour éviter toute oxydation des parties métalliques non protégées, de réaliser des paliers en un matériau isolant électriquement. De plus, ce matériau devait répondre à certaines exigences mécaniques : résistance à l'usure , possibilité d'usinage , coefficient de frottement faible tant contre le métal à sec qu'en présence d'eau , ceci afin de diminuer les couples résistants sur les axes et de permettre la réalisation du dispositif de mesure de poussée axiale. Enfin, le matériau devrait être hydrophobe.

Le téflon a d'abord été utilisé . Il a de bonnes qualités isolantes et un très faible coefficient de frottement , il résiste bien à l'eau et s'usine facilement. Seulement il s'est avéré que son usure était assez rapide et, par suite, le centrage entre le carter et le stator n'était plus assuré (pour les premières manipulations, le jeu entre la turbine et le carter était de l'ordre de 1/10 [mm] pour un diamètre de 75 [mm]). Ainsi, tout en perturbant la rotation, on endommageait la turbine et le cube de visualisation.

Les paliers ont été réalisés avec des polymères SP (résines polyimides chargées de plomb) . Les qualités mécaniques de ces paliers se sont révélées excellentes (pas d'usure après l'ensemble des manipulations), le coefficient de frottement très faible, les caractéristiques isolantes et hydrophobes comparables à celles du téflon.

3.4.3 - MONTAGE DE LA TURBINE SUR PALIERS A AIR

Nous avons étudié un montage de la turbine sur paliers à air afin de diminuer les couples résistants sur les axes et d'assurer un centrage exempt de vibrations.

Un axe, percé longitudinalement d'un trou borgne permettant d'amener l'air à des orifices perpendiculaires, a été encastré dans le moyeu.

L'arrivée d'air s'effectue sur le stator amont , une partie servant pour l'effet de palier, une autre pour le centrage . Le centrage s'effectue par les orifices périphériques sur les deux stators qui ont été modifiés à cet effet.

L'arbre de sustentation a été réalisé en polyimide chargé afin de ne pas être détruit si une panne d'arrivée se produisait, ou par de l'air insuffisamment dépoussiéré . L'inconvénient de ce dispositif est une arrivée parasite de fluide dans l'écoulement.

3.5 - MESURE DES VITESSES ET DES TEMPS

3.5.1 - MESURE DE LA VITESSE DE ROTATION

Des essais ont été effectués en mesurant la vitesse de rotation à l'aide d'un aimant cylindrique placé dans le moyeu de la turbine , aimanté suivant deux génératrices, et d'une bobine à l'extérieur du carter. Outre l'existence d'un couple résistant, deux inconvénients sont apparus: le courant créé dans la bobine dépendait de la vitesse de rotation de la turbine , ce qui obligeait à amplifier le signal aux basses vitesses , et la position angulaire de la turbine au moment du déclenchement des fréquencemètres (lié à la pente du signal) n'est pas déterminée.

La mesure de la vitesse de rotation a été effectuée à l'aide d'une cellule photo-électrique recevant un faisceau lumineux étroit, obstrué par les pales de l'hélice. Outre l'absence de couple résistant, nous avions une interruption franche du signal lumineux définissant bien la position angulaire de la turbine, ce qui nous donnait un signal électrique à pente raide et une intensité indépendante de la vitesse de rotation. La turbine ayant deux pales, nous avions deux signaux par tour.

Le rayon lumineux provenait d'une lampe à incandescence alimentée sous 6 volts en courant continu afin que la cellule ne soit pas influencée par le 100 [Hz] (lampe alimentée en alternatif). Cette lampe était alimentée par une batterie branchée sur un chargeur.

3.5.2 - BRANCHEMENTS ELECTRONIQUES

Les fréquencemètres utilisés possèdent deux types d'entrées :

Entrées A B : utilisées pour déclencher un chronomètre.

Entrée E : utilisée pour le phénomène à étudier.

Soit C_1 et C_2 les cellules contrôlant le débit (cf. 3.1), C_3 celle reliée à la turbine.

On a effectué les branchements (fig.7) :

C_1 - entrées A B des fréquencemètres 1 et 3 ,

C_2 - entrées A B du fréquencemètre 2 ,

C_3 - entrée E du fréquencemètre 3 et oscilloscope.

On contrôle donc en permanence le signal émis par la cellule C_3 et,grâce à la base de temps du fréquencemètre 3 , on a la période et la fréquence de rotation de la turbine.

En commançant le remplissage du réservoir :

C_1 1) déclenche le fréquencemètre 1 (chronomètre),
2) déclenche, sur le fréquencemètre 3, le comptage du nombre de tours effectués par la turbine (on note deux fois ce nombre, la turbine ayant deux pales).

C_2 Déclenche le fréquencemètre 2 (chronomètre).

En fin de remplissage, l'obstruction de C_1 et C_2 arrête ces trois phénomènes. On a donc:

Fréquencemètre 1 $t_1 > t$, temps de remplissage.

Fréquencemètre 2 $t_2 < t$, temps de remplissage.

Fréquencemètre 3 2 × nombre de tours durant t_1 .

Par pesée : masse d'eau écoulée durant t .

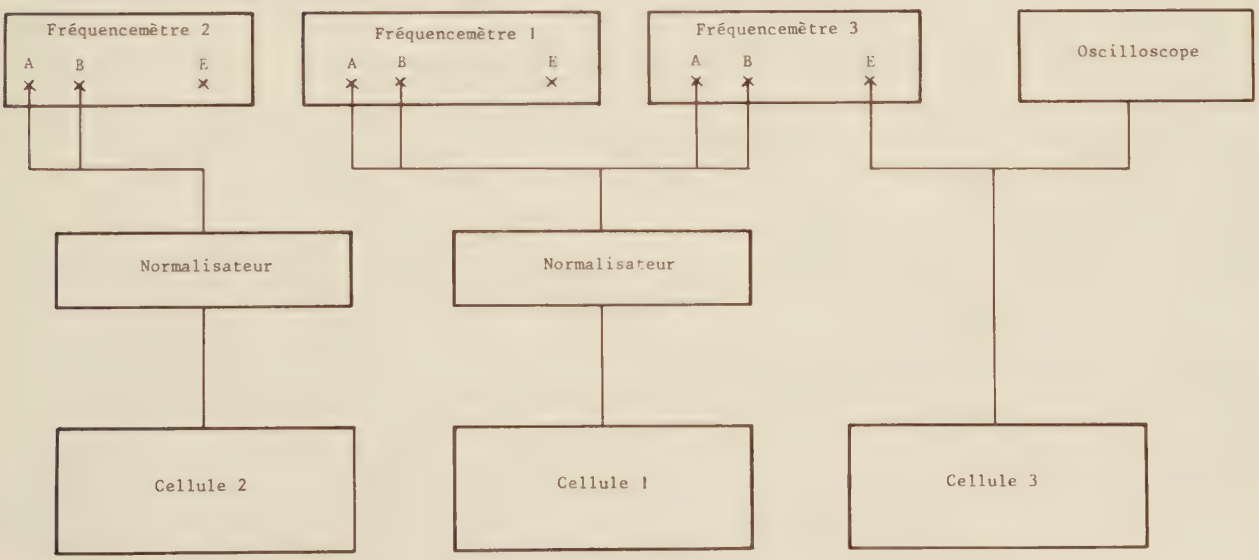


Fig.7 - Connexions électriques des cellules photo-électriques aux appareils de mesures

3.6 - ETUDE DU CHAMP DE VITESSES DANS L'INSTALLATION

Nous avons effectué, avec un tube de Pitot, une étude du champ des vitesses en amont des supports de la turbine,et comparé avec les valeurs théoriques d'un écoulement en puissance 1/7. Les résultats concordent bien, ce qui signifie que l'écoulement est établi à l'amont de la turbine. En outre, nous avons constaté que les indications du débitmètre étaient sensibles à la présence du Pitot. Ce tube a donc été supprimé pour les études ultérieures (tableau I).

Le graphique de la figure 8 indique l'allure du champ des vitesses à l'amont de la turbine (trait plein : profil en 1/7 , croix : points expérimentaux).

y : Distance à la paroi , rayon 37,5 .

V_m : Vitesse mesurée au Pitot .

V_{th} : Vitesse profil en 1/7 .

Erreur de position sur y : environ [1] mm .

y [mm]	2,00	12,00	22,00	32,00	37,50
V_m [m/s]	1,57	2,72	2,90	3,06	3,18
V_{th} [m/s]	2,03	2,73	2,99	3,15	3,18
V_m [m/s]	2,49	3,48	3,85	4,16	4,16
V_{th} [m/s]	2,64	3,57	3,90	4,11	4,15
V_m [m/s]	3,06	3,98	4,39	4,45	4,47
V_{th} [m/s]	2,87	3,91	4,28	4,50	4,55
V_m [m/s]	3,26	4,31	4,57	4,82	4,89
V_{th} [m/s]	3,09	4,21	4,61	4,85	4,90

Tableau I - Profils des vitesses mesurées et des vitesses théoriques

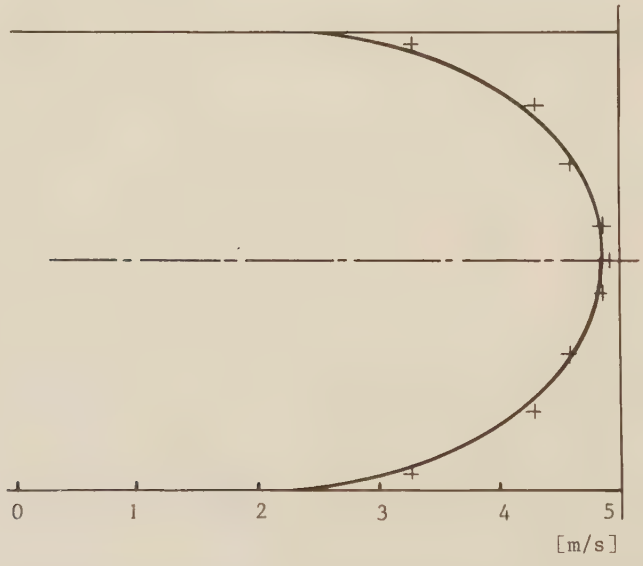


Fig.8 - Exemple d'un profil des vitesses à l'amont du débitmètre

IV - ETUDE THEORIQUE

4.1 - FORCES S'EXERÇANT SUR UN ÉLÉMENT D'AUBE

4.1.1 - GENERALITES

Sur un élément d'aube compris entre les rayons r et r + dr , la force hydrodynamique dF exercée par le fluide fait apparaître les trois composantes perpendiculaires (fig.9) [6] et [7]:

- dA dans la direction axiale , dirigé dans le sens de l'écoulement , et dont l'intégration sur toutes les aubes donne la poussée axiale A , si on exclue l'action du moyeu.
- dT dans la direction tangentielle, dirigé dans le sens de rotation de la roue; l'intégration du moment par rapport à l'axe r dT donne le couple moteur M_m .
- dR dans la direction radiale, peut avoir une direction axipète ou axifuge mais, par raison de symétrie, son intégration donne un résultat nul si la roue est bien construite.

4.1.2 - EXPRESSIONS DE dA et dT

Dans le cas d'une turbine à pales hélicoïdales , l'élément d'aube compris entre les rayons r et r + dr est normal au cylindre de rayon r . Dans un développement plan de ce cylindre , cet élément se projette suivant un segment rectiligne de longueur ℓ (fig.10).

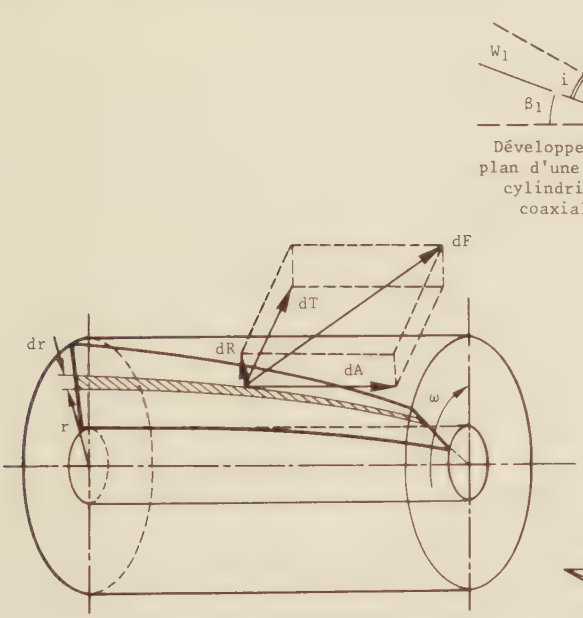


Fig.9 - Composantes de la force élémentaire dF agissant sur un élément d'aube de largeur dr

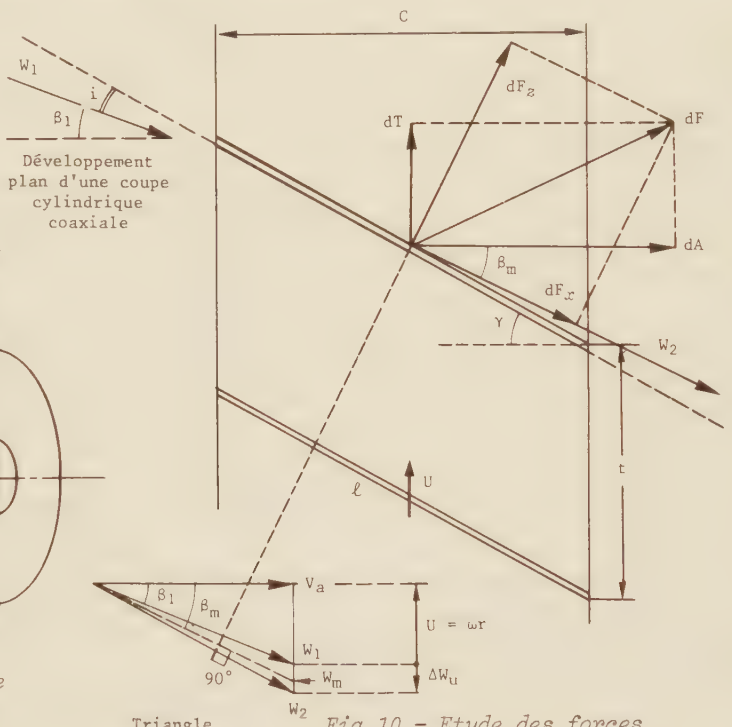


Fig.10 - Etude des forces s'exerçant sur une aube (en grille plane)

Supposons que l'écoulement , à la traversée de la turbine , s'effectue selon des surfaces fluides cylindriques coaxiales dR = 0 .

D'après la théorie générale des grilles d'aubes, C_x et C_z étant les coefficients de portance et de traînée de l'élément d'aubes, on décompose dF en deux directions perpendiculaires déterminées par la vitesse relative moyenne $\vec{W}$ telles que :

$$dF_x = C_x \cdot \rho \cdot \ell \cdot \frac{W^2}{2} \cdot dr \qquad (1)$$

$$dF_z = C_z \cdot \rho \cdot \ell \cdot \frac{W^2}{2} \cdot dr \qquad (2)$$

$\vec{W}_1$: vitesse relative à l'entrée,

$\vec{W}_2$: vitesse relative à la sortie,

$\vec{W} = \dfrac{\vec{W}_1 + \vec{W}_2}{2}$ définit la direction de dF_x .

La connaissance de dF_x et dF_z permet, par projection suivant les directions axiales et tangentielles, de déterminer dA et dT .

Si β est l'angle de $\vec{W}$ avec la direction axiale, γ l'angle de calage de l'élément d'aubes, on peut introduire :

Vitesse axiale $V = W \cos \beta$

Largeur de la roue $C = \ell \cos \gamma$

On a donc :

$$dA = (dF_x) \cos \beta + (dF_z) \sin \beta \qquad (3)$$

$$dT = (dF_z) \cos \beta - (dF_x) \sin \beta \qquad (4)$$

En reportant (1) et (2) , on obtient :

$$dA = \frac{\rho \ell W^2}{2} (C_x \cos \beta + C_z \sin \beta)\, dr \qquad (5)$$

$$dT = \frac{\rho \ell W^2}{2} (C_z \cos \beta - C_x \sin \beta)\, dr \qquad (6)$$

soit, en introduisant V et C :

$$dA = \frac{\rho C V^2}{2 \cos^2 \beta \cos \gamma} (C_x \cos \beta + C_z \sin \beta)\, dr$$

$$dT = \frac{\rho C V^2}{2 \cos^2 \beta \cos \gamma} (C_z \cos \beta - C_x \sin \beta)\, dr$$

d'où :

$$dA = \frac{\rho C V^2}{2 \cos \beta \cos \gamma} (C_x + C_z \operatorname{tg} \beta)\, dr \qquad (7)$$

$$dT = \frac{\rho C V^2}{2 \cos \beta \cos \gamma} (C_z - C_x \operatorname{tg} \beta)\, dr \qquad (8)$$

En fonctionnement normal, l'angle d'incidence $i = \gamma - \beta_1$ est très petit (cf. 4.4), de telle sorte que les directions de $\vec{W}_1$, $\vec{W}_2$, et par suite $\vec{W}$, soient voisines de celle de l'aube. On peut donc confondre β et γ et écrire :

$$dA \simeq \frac{\rho C V^2}{2 \cos^2 \gamma} (C_x + C_z \operatorname{tg} \gamma)\, dr \qquad (9)$$

$$d M_m = r\, dT \simeq \frac{\rho C V^2}{2 \cos^2 \gamma} (C_z - C_x \operatorname{tg} \gamma)\, r\, dr \qquad (10)$$

4.2 - DÉTERMINATION DE C_{XO} ET C_{ZO} : ETUDE D'UNE GRILLE D'AUBES PLANES SOUS INCIDENCE NULLE

L'action d'une grille d'aubes planes sur un écoulement uniforme se traduit, d'une manière générale, par :

- une variation $\Delta\beta = \beta_2 - \beta_1$ de la vitesse relative du fluide,
- une différence de pression statique du fluide $\Delta p = p_2 - p_1$.

Les valeurs de β_1 , p_1 d'une part, et, d'autre part, β_2 , p_2 , sont prises loin à l'amont et à l'aval dans des plans parallèles au plan de la grille.

$\Delta\beta$ et Δp dépendent des caractéristiques géométriques de la grille, de l'angle d'incidence du fluide et du nombre de Reynolds $Re = \frac{W \ell}{\nu}$.

Si $i = 0$, l'expérience en fluide réel montre que $\Delta\beta \simeq 0$. Ce fait a été vérifié expérimentalement par GERSTEN [8] et justifié à l'aide d'un raisonnement fondé sur la théorie de la couche limite (la vérification a été effectuée dans le cas d'une grille d'aubes fixes).

En écrivant les équations de conservation de quantité de mouvement et de débit à la traversée de la grille, on obtient :

$$\operatorname{tg} \beta_2 = \operatorname{tg} \beta_1 \frac{1 - \theta - \Delta}{(1 - \Delta)^2} \tag{11}$$

déviation vers le plan de grille : $\beta_2 > \beta_1 = \gamma$.

avec :

$$\Delta = \frac{2 \delta^* + e}{t \cos \gamma} \tag{12}$$

$$\theta = \frac{2 \theta^*}{t \cos \gamma} \tag{13}$$

δ^* et θ^* sont respectivement les épaisseurs de déplacement et de quantité de mouvement de la couche limite, et t le pas tangentiel.

Pour toutes les grilles d'aubes on a :

$$dT = \rho V t \, d W \, dr \tag{14}$$

ce qui donne, avec (6) :

$$C_z \cos \beta - C_x \sin \beta = \frac{2 t}{\ell} \frac{V}{W} \frac{\Delta V}{W} \tag{15}$$

Si $i = 0$ on a : $\beta \simeq \gamma$; $W \simeq W_1$.

Comme $\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1 = \frac{\Delta W}{V}$, on obtient, en remarquant que

$$\frac{V}{W} \frac{\Delta W}{W} = \left(\frac{V}{W}\right)^2 \frac{\Delta W}{V}$$

$$= \cos^2 \gamma \, (\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1)$$

$$C_{zo} \cos \gamma - C_{xo} \sin \gamma \simeq \frac{2 t}{\ell} \cos^2 \gamma \, (\operatorname{tg} \beta_2 - \operatorname{tg} \beta_1) \tag{16}$$

soit, compte tenu de (11) :

$$C_{zo} \cos \gamma - C_{xo} \sin \gamma \simeq \frac{2 t}{\ell} \cos^2 \gamma \frac{\Delta - \theta - \Delta^2}{(1 - \Delta)^2} \operatorname{tg} \gamma \tag{17}$$

En supposant que $\Delta \ll 1$, on obtient :

$$C_{zo} \simeq \left[C_{xo} + \frac{2 t}{\ell} (\cos \gamma) \, (\Delta - \theta) \right] \operatorname{tg} \gamma \tag{18}$$

L'épaisseur des aubes (e) diminuant la section de passage , il est nécessaire de prendre comme vitesse dans le plan de grille amont :

$$W_p = W_1 \frac{1}{1 - \frac{e}{t \cos \gamma}} \tag{19}$$

et le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{W_p \ell}{\nu} \tag{20}$$

L'incidence étant nulle, le coefficient de frottement sur une face est $Cf = \frac{2\theta^*}{\ell}$. Pour les deux faces on peut écrire, d'après DAUGHERTY et INGERSOLL [9], en tenant compte de l'épaisseur de la plaque, si δ^* et $e \ll t$,

$$\boxed{C_{xo} \simeq \frac{4\theta^*}{\ell} + \frac{e}{\ell}} \tag{21}$$

On en déduit, en reportant dans (18) les expressions (21), (12) et (13) :

$$C_{zo} \simeq \left[\frac{4\theta^* + e}{\ell} + \frac{4(\delta^* - \theta^*) + 2e}{\ell}\right] tg\ \gamma \tag{22}$$

soit :

$$C_{zo} \simeq \frac{4\delta^* + 3e}{\ell}\ tg\ \gamma \tag{23}$$

On peut donc envisager trois régimes d'écoulement sur les pales :

a) Ecoulement laminaire :

$$\frac{\delta^*}{\ell} = \frac{1{,}72}{\sqrt{Re}} \qquad \frac{\theta^*}{\ell} = \frac{0{,}66}{\sqrt{Re}}$$

$$\boxed{C_{xo} = \frac{2{,}64}{\sqrt{Re}} + \frac{e}{\ell}} \tag{24}$$

$$\boxed{C_{zo} = \left(\frac{6{,}88}{\sqrt{Re}} + \frac{3e}{\ell}\right) tg\ \gamma} \tag{25}$$

b) Ecoulement turbulent :

$$\frac{\delta^*}{\ell} = \frac{0{,}047}{Re^{1/5}} \qquad \frac{\theta^*}{\ell} = \frac{0{,}037}{Re^{1/5}}$$

$$\boxed{C_{xo} = \frac{0{,}148}{Re^{0,2}} + \frac{e}{\ell}} \tag{26}$$

$$\boxed{C_{zo} = \left(\frac{0{,}188}{Re^{0,2}} + \frac{3e}{\ell}\right) tg\ \gamma} \tag{27}$$

c) Ecoulement rugueux

Sur les corps en rotation, on assiste à une centrifugation des couches limites, ce qui entraîne une diminution de leur épaisseur. De ce fait, la rugosité sur les pales prend une importance prépondérante, et l'on a, d'après SCHLICHTING [10], en écoulement pleinement rugueux :

Coefficient de frottement local :

$$C'f = (2{,}87 + 1{,}58 \lg \frac{\ell}{k_s})^{-2{,}5} \tag{28}$$

Coefficient de frottement total :

$$Cf = (1{,}89 + 1{,}62 \lg \frac{\ell}{k_s})^{-2{,}5} \tag{29}$$

D'après FORTIER [11] , on a, en outre :

$$\theta^* = \left(\frac{2}{300\ C'f}\right)^5 k_s \tag{30}$$

De plus, HAMA [12] a évalué :

$$H = \frac{\delta^*}{\theta^*} = \left[1 - G \cdot \sqrt{\frac{C'f}{2}}\right]^{-1} \tag{31}$$

avec : $$G = 6{,}1 \tag{32}$$

On obtient donc : $$C_{xo} = 2\ Cf + \frac{e}{\ell}$$

$$\boxed{C_{xo} = \frac{2}{(1{,}89 + 1{,}62 \lg \frac{\ell}{k_s})^{2{,}5}} + \frac{e}{\ell}} \tag{33}$$

$$\boxed{C_{zo} = \left(C_{xo} + 2\left[\frac{2\ (H - 1)\ \theta^*}{\ell} + \frac{e}{\ell}\right]\right) \operatorname{tg} \gamma} \tag{34}$$

H , θ^* , $C'f$ étant explicités en (28), (30), (31), (32) .

4.3 - DÉTERMINATION DE C_X ET C_Z : ETUDE D'UNE GRILLE D'AUBES PLANES SOUS INCIDENCE FAIBLE

D'après WALLIS [13] on peut écrire que, pour des angles d'incidence faible, sur une plaque isolée :

$$\boxed{C_x = C_{xo}} \tag{35}$$

Le terme C_{xo} tenant compte de l'interaction des aubes (l'expression de δ^* et θ^* dépend de W_p et non de W_1) , on peut considérer qu'il en est de même pour les montages en grille.

Pour une aile plane isolée, on a, d'après [14], $C_z = ki$ et, si on suppose que, pour une incidence très faible, l'effet d'interaction entre les aubes est le même que pour une incidence nulle, on prendra :

$$\boxed{C_z = C_{zo} + ki} \tag{36}$$

Les valeurs de k sont mal connues pour une aile isolée, elles varient de $9 \cdot 10^{-2}$ à 10^{-2} pour un rapport envergure / longueur variant de l'infini à 0,25 , i étant en degrés. Rappelons que, en fluide parfait, pour une aile plate d'envergure ∞ , $C_z = 2\pi \sin i$.

4.4 - VARIATIONS DE I AVEC R

Supposons que la vitesse absolue incidente soit axiale, indépendante de r, et égale à V.

Nous avons, la roue tournant à la vitesse $\omega = 2\pi N$: (fig.11) (37)

$$i = \gamma - \beta_1 \tag{38}$$

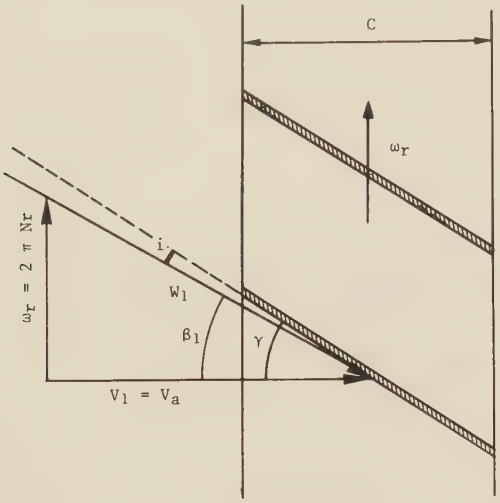


Fig.11 - Définition des vecteurs "vitesse"

Si nous posons $a = \frac{L}{2\pi}$, L étant le pas de l'hélice, (39)

l'angle de calage varie selon la loi :

$$\operatorname{tg}\gamma = \frac{2\pi r}{L} = \frac{r}{a} \tag{40}$$

$$\operatorname{tg}\beta_1 = \frac{\omega r}{V} = \frac{2\pi Nr}{V} \tag{41}$$

d'où :
$$\operatorname{tg} i = \operatorname{tg}(\gamma - \beta_1) = \frac{\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\beta_1}{1 + \operatorname{tg}\gamma \operatorname{tg}\beta_1} \tag{42}$$

Si $i \ll \gamma$, $\operatorname{tg}\gamma \simeq \operatorname{tg}\beta_1$, on peut donc écrire :

$$\operatorname{tg} i \simeq \frac{\operatorname{tg}\gamma - \operatorname{tg}\beta_1}{1 + \operatorname{tg}^2\gamma} = \frac{\frac{r}{a} - \frac{2\pi Nr}{V}}{1 + \frac{r^2}{a^2}}$$

d'où :
$$\operatorname{tg} i \simeq \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{2\pi Na}{V}}{1 + \frac{r^2}{a^2}} = \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{NL}{V}}{1 + \frac{r^2}{a^2}}$$

soit, en posant
$$\boxed{N_o = \frac{V}{L}} \tag{43}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} i \simeq i = \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{N}{N_o}}{1 + \frac{r^2}{a^2}}} \tag{44}$$

Les variations de i avec $\frac{r}{a}$ sont représentées figure 12. Si $\frac{r}{a} = 1$, i admet un extremum égal à $\frac{1}{2}\left|1 - \frac{N}{N_o}\right|$. La quantité $1 - \frac{N}{N_o}$ est appelée glissement de la roue.

Les hypothèses relatives à un glissement petit seront vérifiées expérimentalement.

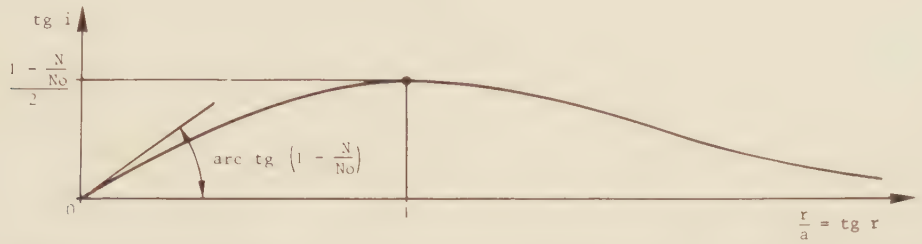


Fig.12 - Etude des variations de i en fonction de r dans le cas d'une aube hélicoïdale

4.5 - ETUDE DU COUPLE MOTEUR M_M

4.5.1 - EXPRESSION DE M_m

On a établi en (10) $\quad d M_m = \frac{\rho C V^2}{2 \cos^2 \gamma} (C_z - C_x \operatorname{tg} \gamma)\, r\, dr$

V étant la vitesse axiale au niveau des pales.

$$d M_m = \frac{\rho C V^2}{2} (C_z - C_x \operatorname{tg} \gamma)(1 + \operatorname{tg}^2 \gamma)\, r\, dr$$

En exprimant $\quad C_z = C_{z_o} + ki \quad (36)$

$$C_x = C_{xo} \quad (35)$$

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{r}{a} \quad (40)$$

$$i = \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{N}{N_o}}{1 + \frac{r^2}{a^2}} \quad (41)$$

on obtient :

$$d M_m = \frac{\rho C V^2 a^2}{2} \left(C_{zo} + k \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{N}{N_o}}{1 + \frac{r^2}{a^2}} - C_{xo} \frac{r}{a} \right) \left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right) \frac{r}{a}\, d\left(\frac{r}{a}\right)$$

Supposons que la vitesse axiale V, et que L soient indépendantes de r. Pour une roue portant n aubes s'étendant des rayons r_1 à r_2 $(r_1 < r_2)$, en posant :

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{r}{a} = y$$

le couple moteur dû aux forces hydrodynamiques sur les pales s'exprime :

$$M_m = \frac{n \rho C V^2 a^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} \left(C_{zo}\, y + \left[k \left(1 - \frac{N}{N_o}\right) - C_{xo} \right] y^2 + C_{zo}\, y^3 - C_{xo}\, y^4 \right) dy \quad (45)$$

En fonctionnement permanent, $M_m = M_r$: couple moteur = couple résistant.

On peut exprimer directement, avec (35) et (36) :

$$C_z - C_x \operatorname{tg} \gamma = C_{zo} + ki - C_{xo} \operatorname{tg} \gamma$$

soit, avec (21) et (22) :

$$C_z - C_x \operatorname{tg} \gamma = \left[\frac{4\,(\delta^* - \theta^*)}{\ell} + \frac{2\,e}{\ell} \right] \operatorname{tg} \gamma + ki$$

d'où, en reportant dans l'expression de M_m indiquée ci-dessus :

$$d M_m = \frac{\rho\, C\, V^2}{2} \left(\left[\frac{4\,(\delta^* - \theta^*)}{\ell} + \frac{2\,e}{\ell} \right] \operatorname{tg} \gamma + k \frac{r}{a} \frac{1 - \frac{N}{N_o}}{1 + \frac{r^2}{a^2}} \right) (1 + \operatorname{tg}^2 \gamma)\, r\, dr$$

d'où : $$d M_m = \frac{\rho\, C\, V^2\, a^2}{2} \left(\left[4 \frac{(\delta^* - \theta^*)}{\ell} + \frac{2\,e}{\ell} \right] y^2\,(1 + y^2) + k \left(1 - \frac{N}{N_o} \right) y^2 \right) dy \qquad (46)$$

On peut donc écrire, en notant que $\frac{N}{N_o} = \frac{\omega\, a}{V}$ que, en :

Ecoulement laminaire :

$$\frac{\delta^* - \theta^*}{\ell} = \frac{\alpha_1\,(y)}{\sqrt{V}}$$

$$M_m = A_1\, V^{3/2} + B\, V^2 - C\, \omega\, V \qquad (47)$$

avec :

$$A_1 = \frac{\rho\, C\, a^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} 4\, \alpha_1\,(y)\; y^2\,(1 + y^2)\, dy$$

$$B = \frac{\rho\, C\, a^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} \left[\frac{2\,e}{\ell}\, y^2\,(1 + y^2) + k\, y^2 \right] dy$$

$$C = \frac{\rho\, C\, a^3}{2} \int_{y_1}^{y_2} k\, y^2\, dy$$

Ecoulement turbulent :

$$\frac{\delta^* - \theta^*}{\ell} = \frac{\alpha_2\,(y)}{V^{0,2}}$$

$$M_m = A_2\, V^{9/5} + B\, V^2 - C\, \omega\, V \qquad (48)$$

avec :

$$A_2 = \frac{\rho\, C\, a^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} 4\, \alpha_2\,(y)\; y^2\,(1 + y^2)\, dy$$

B et C étant les mêmes qu'en régime laminaire.

Ecoulement rugueux :

$$\frac{\delta^* - \theta^*}{\ell} = \alpha_3 (y)$$

$$M_m = A V^2 - C \omega V \qquad (49)$$

avec :

$$A_3 = \frac{\rho C a^2}{2} \int_{y_1}^{y_2} 4 \alpha_3 (y) y^2 (1 + y^2) dy$$

$$A = A + B$$

B et C étant les mêmes qu'en régime laminaire.

4.5.2 - CAS OU $M_r = 0$:

Les couples résistants, très faibles, sont dus aux actions en bout de pales et aux frottements sur l'axe. Si on néglige ces couples, on a sensiblement $M_m = 0$.

$$\int_{y_1}^{y_2} \left(C_{zo} y + \left[k \left(1 - \frac{N}{N_o} \right) - C_{xo} \right] y^2 + C_{zo} y^3 - C_{xo} y^4 \right) dy = 0 \qquad (50)$$

$$1 - \frac{N}{N_o} = \frac{\int_{y_1}^{y_2} \left(C_{xo} (y^2 + y^4) - C_{zo} (y + y^3) \right) dy}{\int_{y_1}^{y_2} k y^2 dy} \qquad (51)$$

En supposant $k \simeq$ Cte :

$$1 - \frac{N}{N_o} = \frac{1}{k \left(\frac{y_2^3 - y_1^3}{3} \right)} \int_{y_1}^{y_2} \left(C_{xo} (y^2 - y^4) - C_{zo} (y + y^3) \right) dy \qquad (52)$$

Ainsi, C_{zo} étant > 0 $\left(C_{zo} \simeq \left(\frac{4 \delta^* + 3 e}{l} \right) tg \gamma \right)$, il est possible d'avoir un glissement < 0 , ce qui est vérifié expérimentalement.

En réalité, si $M_m = 0$, la théorie exposée ci-dessus fournit, dans tous les cas, un glissement négatif car, comme $\delta^* > \theta^*$, on peut écrire :

$$1 - \frac{N}{N_o} = \frac{- \int_{y_1}^{y_2} \frac{4 (\delta^* - \theta^*) + 2 e}{\ell} y^2 (1 + y^2) dy}{\int_{y_1}^{y_2} k y^2 dy} \qquad (53)$$

le deuxième membre étant toujours négatif.

4.5.3 - CAS $M_r \simeq 0$:

M_r est le couple résistant dû aux paliers et aux extrémités de pales.

Le couple dû au frottement des axes peut se mettre sous la forme générale $M_{r1} = a + b\,\omega$.

a caractérise un frottement solide où interviennent le poids du rotor et la poussée axiale; on peut considérer (cf. 4.6) que la poussée axiale varie comme ρV^2 (écoulement rugueux) :

$$a = a_o + a_1 V^2$$

b caractérisant des frottements visqueux, doit être indépendant de V .

Supposons, ainsi que l'a décrit COMOLET [15], que le couple résistant à l'extrémité des pales soit de la forme $M_{r2} = C\,\omega^2$, on obtient :

$$M_r = a_o + b\,\omega + a_1 V^2 + C\,\omega^2 \tag{54}$$

On obtient donc, si $M_m = M_r$, une équation de la forme (écoulement rugueux) :

$$\alpha V^2 - \beta\,\omega V = a_o + b\,\omega + C\,\omega^2 \tag{55}$$

qui représente une branche d'hyperbole.

$$\omega = \frac{-(b + \beta V) + \sqrt{(b + \beta V)^2 + 4C(\alpha V^2 - a_o)}}{2C} \tag{56}$$

Cette courbe est asymptotique à la droite.

$$\omega = -\frac{b}{2C}\,\frac{\sqrt{\beta^2 + 4\alpha C} - \beta}{\sqrt{\beta^2 + 4\alpha C}} + V\,\frac{\sqrt{\beta^2 + 4\alpha C} - \beta}{2C} \tag{57}$$

On en déduit donc que, tout comme pour le cas $M_m = 0$, $1 - \frac{N}{N_o} \to Cte$ si V est grand .

4.6 - ETUDE DE LA POUSSÉE AXIALE

4.6.1 - ACTION DES PALES

D'après l'équation (7)

$$dA_p = \frac{\rho C V^2}{2 \cos\beta \cos\gamma}(C_x + C_z \operatorname{tg}\beta)\,dr$$

en reprenant les expressions de γ , i , C_{xo} , C_{zo} , on a, pour une roue contenant n aubes :

$$dA_p = \frac{n\rho C V^2 a}{2}\left[C_{xo} + \left(C_{zo} + k\frac{r}{a}\,\frac{1 - \frac{N}{N_o}}{1 + \frac{r^2}{a^2}}\right)\frac{r}{a}\right]\left(1 + \frac{r^2}{a^2}\right)d\left(\frac{r}{a}\right) \tag{58}$$

$$\boxed{A_p = \frac{n\rho C V^2 a}{2}\int_{y_1}^{y_2}\left(C_{xo} + y\,C_{zo} + \left[k\left(1 - \frac{N}{N_o}\right) + C_{xo}\right]y^2 + C_{zo}\,y^3\right)dy} \tag{59}$$

En supposant $M_m = 0$, on a, en reportant (50) :

$$A_p = \frac{n \rho C V^2 a}{2} \int_{y_1}^{y_2} C_{xo} (1 + 2 y^2 + y^4) \, dy \qquad (60)$$

C_{xo} étant explicité ci-dessus pour les divers régimes d'écoulement.

4.6.2 - CONTRIBUTION DU MOYEU

Le développement plan du moyeu nous donnant une plaque plane rectangulaire de longueur C , de largeur $2 \pi r_1$, dans l'écoulement $W_1 = V/\cos \gamma_1$, on peut, pour calculer le frottement, l'assimiler à une plaque rectangulaire de même surface, de côtés parallèles et perpendiculaires à la vitesse relative, c'est-à-dire de longueur $C/\cos \gamma_1$ et de largeur $2 \pi r_1 \cos \gamma_1$.

Les pales étant fixées perpendiculairement à cette plaque,il se produit,d'après SCHLICHTING [16], par suite de l'écoulement dans les coins, un effet d'interaction valant dans chaque coin:

- en écoulement laminaire : $\frac{5,76}{Re_1}$
- en écoulement turbulent : $\frac{0,0052}{Re_1^{2/5}}$

$$Re_1 = \frac{\frac{V}{\cos \gamma_1} \frac{C}{\cos \gamma_1}}{\nu} \qquad (61)$$

On obtient donc, si la turbine a deux pales :

- en écoulement laminaire :

$$C_{x1} = \frac{1,32}{Re_1^{0,5}} - \frac{23,04}{Re_1} \qquad (62)$$

- en écoulement turbulent lisse :

$$C_{x1} = \frac{0,074}{Re_1^{0,2}} - \frac{0,0208}{Re_1^{0,4}} \qquad (63)$$

- en écoulement turbulent rugueux :

$$C_{x1} = \left(1,89 + 1,62 \lg \left(\frac{C}{k_{s1} \cos \gamma_1} \right) \right)^{-2,5} - \frac{0,0208}{Re_1^{0,4}} \qquad (64)$$

On obtient donc, après projection dans la direction axiale, une force :

$$A_m = \frac{\rho C V^2 \pi r_1 C_{x1}}{\cos \gamma_1} \qquad (65)$$

4.6.3 - POUSSEE AXIALE DE LA TURBINE

Les faces amont et aval du moyeu étant dans le fluide, les efforts sur les aubes et sur le moyeu créent une différence de pression s'exerçant sur ces faces. En tenant compte de cette action, on obtient la poussée exercée par la turbine :

$$A = (A_m + A_p) \left[1 + \frac{\pi r_1^2}{\pi (r_2^2 - r_1^2)} \right]$$

soit :

$$A = (A_m + A_p) \frac{r_2^2}{r_2^2 - r_1^2} \qquad (66)$$

V - RESULTATS EXPERIMENTAUX

5.1 - ESSAIS EFFECTUÉS

Les études expérimentales de mesures de vitesse de rotation et de poussée axiale en fonction du débit ont été effectuées pour onze conditions différentes dépendant soit du diamètre de la turbine, soit du diamètre du corps de visualisation (tableau II).

Pour la série 1, la turbine n'était pas exactement cylindrique, ses caractéristiques étaient

- diamètre face amont : 74,97 [mm] ,
- diamètre face aval : 74,95 [mm] ,
- diamètre milieu : 75,00 [mm] .

Pour les autres séries d'essais, les études ont été effectuées avec des turbines cylindriques .

Afin d'observer la reproductivité des indications fournies par la turbine, nous avons effectué une autre série d'essais (1 bis) dans les conditions d'étude de la série 1. Les cotes de la turbine sont données figure 13.

Série d'essais	Diamètre turbine [mm]	Diamètre corps de visualisation [mm]	Ecart entre pales et conduites [mm]
1	≃ 74,97	75,06	≃ 0,045
2	74,80	75,06	0,13
3	74,56	75,06	0,25
4	74,37	75,06	0,345
5	74,13	75,06	0,465
6	73,10	75,06	0,98
7	71,11	75,06	1,975
8	69,16	75,06	2,95
9	65,10	75,06	4,98
10	54,85	75,06	10,105
11	54,85	55,05	0,10

Tableau II - Diamètres des turbines et du corps de visualisation

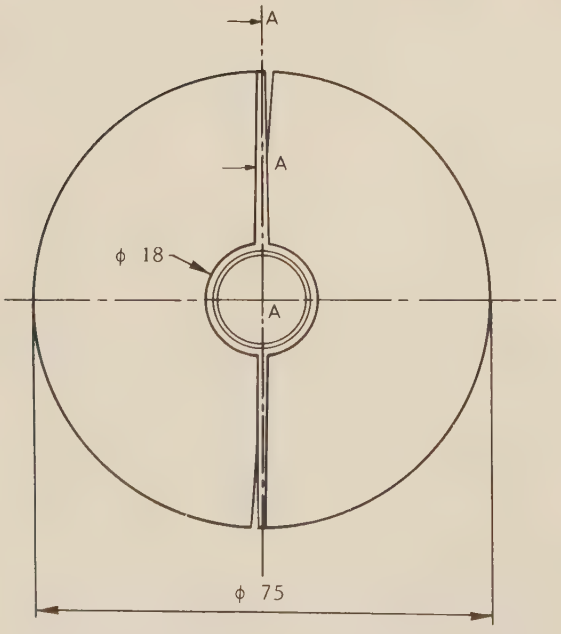
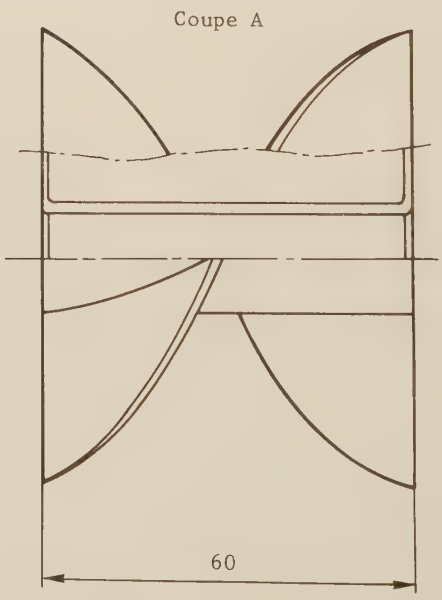


Fig.13 - Vue axiale et coupe de l'hélice n°1



Hélice à gauche - 2 pales - pas 121,5

5.2 - ÉTUDE DE LA VITESSE DE ROTATION

Les résultats de mesures sont relatifs aux grandeurs suivantes. Le tableau III est un exemple de résultats obtenus sur la turbine 3.

F : Fréquence moyenne de rotation [Hz] .

DF/F : Erreur relative sur la mesure de fréquence. Cette erreur est due à l'erreur de principe des fréquencemètres (dernier chiffre significatif).

QM : Débit moyen [ℓ/s] .

DQM/QM : Erreur relative sur la mesure de débit.Cette erreur est due à l'incertitude de pesée et à l'erreur de principe sur la mesure des temps (cf. 3.1)

VC : Vitesse moyenne dans la conduite à l'amont des stators [m/s] .

RE : Nombre de Reynolds vis-à-vis de la conduite.

V : Vitesse moyenne sur la face amont des pales [m/s] .

C=F/V : L'étude de ce coefficient permet d'effectuer une approche de la courbe expérimentale par une caractéristique linéaire passant par l'origine.

$G=1-\frac{N}{N_o}$: Glissement de la turbine.

Les erreurs relatives sur V et VC sont égales à $\frac{d\ QM}{QM}$.

Les courbes des figures 14 à 17 représentent :

$$F = f(V)$$

$$C = f(V)$$

$$G = f(V)$$

F [Hz]	DF/F	QM [ℓ/s	DQM/QM	VC [m/s	RE	V [m/s]	C [1/m]	G
46,24959	0,00068	22,7274	0,00140	5,13622	382885.	5,44962	8,48675	-0,03114
45,06923	0,00071	22,1362	0,00146	5,00261	372925.	5,30786	8,49104	-0,03166
43,69181	0,00069	21,4490	0,00140	4,84731	361348.	5,14308	8,49527	-0,03217
42,52773	0,00064	20,8969	0,00144	4,72253	348673.	5,01069	8,48740	-0,03122
41,66667	0,00065	20,4841	0,00131	4,62926	345921.	4,91172	8,48311	-0,03070
40,10926	0,00065	19,6835	0,00145	4,44831	332400.	4,71973	8,49821	-0,03253
38,73141	0,00064	19,0367	0,00129	4,30214	322248.	4,56464	8,48509	-0,03094
36,52049	0,00057	17,9302	0,00137	4,05209	303519.	4,29934	8,49445	-0,03208
35,40566	0,00058	17,3940	0,00115	3,93091	294442.	4,17077	8,48900	-0,03141
32,84555	0,00054	16,1437	0,00117	3,64834	270014.	3,87095	8,48513	-0,03094
31,50671	0,00053	15,4755	0,00103	3,49735	262594.	3,71075	8,49066	-0,03161
30,02369	0,00053	14,7447	0,00103	3,33220	250194.	3,53552	8,49202	-0,03178
28,18114	0,00051	13,8423	0,00100	3,12825	236005.	3,31913	8,49052	-0,03160
26,71603	0,00050	13,1306	0,00105	2,96740	222804.	3,14847	8,48541	-0,03098
24,75533	0,00048	12,1701	0,00101	2,75036	206507.	2,91818	8,48315	-0,03070
23,18168	0,00048	11,3960	0,00099	2,57540	193370.	2,73254	8,48356	-0,03075
21,58947	0,00047	10,6156	0,00109	2,39904	180559.	2,54542	8,48169	-0,03052
19,88052	0,00045	9,7751	0,00091	2,20910	166264.	2,34389	8,48186	-0,03055
17,93510	0,00044	8,8206	0,00088	1,99340	150030.	2,11503	8,47984	-0,03030
16,72474	0,00043	8,2309	0,00097	1,86013	137005.	1,97363	8,47411	-0,02960
16,58172	0,00044	8,1580	0,00086	1,84363	135791.	1,95613	8,47681	-0,02993
15,03094	0,00042	7,4044	0,00086	1,67333	123247.	1,77543	8,46608	-0,02863
13,33069	0,00042	6,5639	0,00084	1,48340	109522.	1,57391	8,46977	-0,02908
12,54944	0,00041	6,1774	0,00078	1,39604	103321.	1,48122	8,47237	-0,02939
11,96259	0,00041	5,8873	0,00073	1,33050	98233.	1,41168	8,47402	-0,02959
10,54960	0,00040	5,1966	0,00077	1,17438	86707.	1,24604	8,46651	-0,02868
9,33519	0,00039	4,6001	0,00072	1,03959	76755	1,10302	8,46328	-0,02829
8,48753	0,00038	4,1903	0,00072	0,94697	71442.	1,00475	8,44738	-0,02636
7,63954	0,00037	3,7699	0,00067	0,85197	63055.	0,90396	8,45121	-0,02682
6,29308	0,00037	3,1118	0,00064	0,70324	52047.	0,74615	8,43411	-0,02474
4,86364	0,00035	2,4181	0,00059	0,54648	40445.	0,57983	8,38811	-0,01916
4,37132	0,00036	2,1816	0,00063	0,49302	37195.	0,52310	8,35656	-0,01532
3,28940	0,00035	1,6564	0,00059	0,37433	27704.	0,39717	8,28204	-0,00627

Tableau III - Résultats expérimentaux de la série d'essais n°3

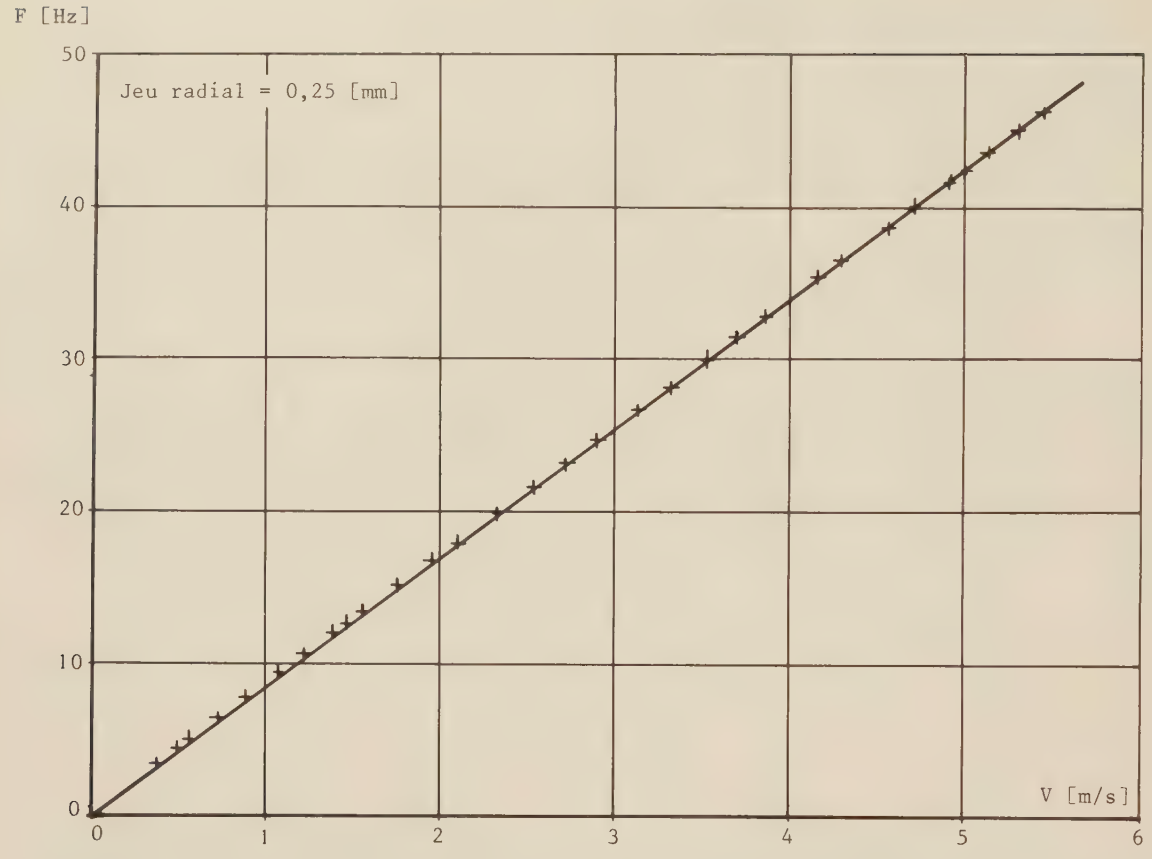


Fig.14 - Essais série n°3 - Variation de la vitesse de rotation de la turbine en fonction de la vitesse moyenne sur la face amont des pales

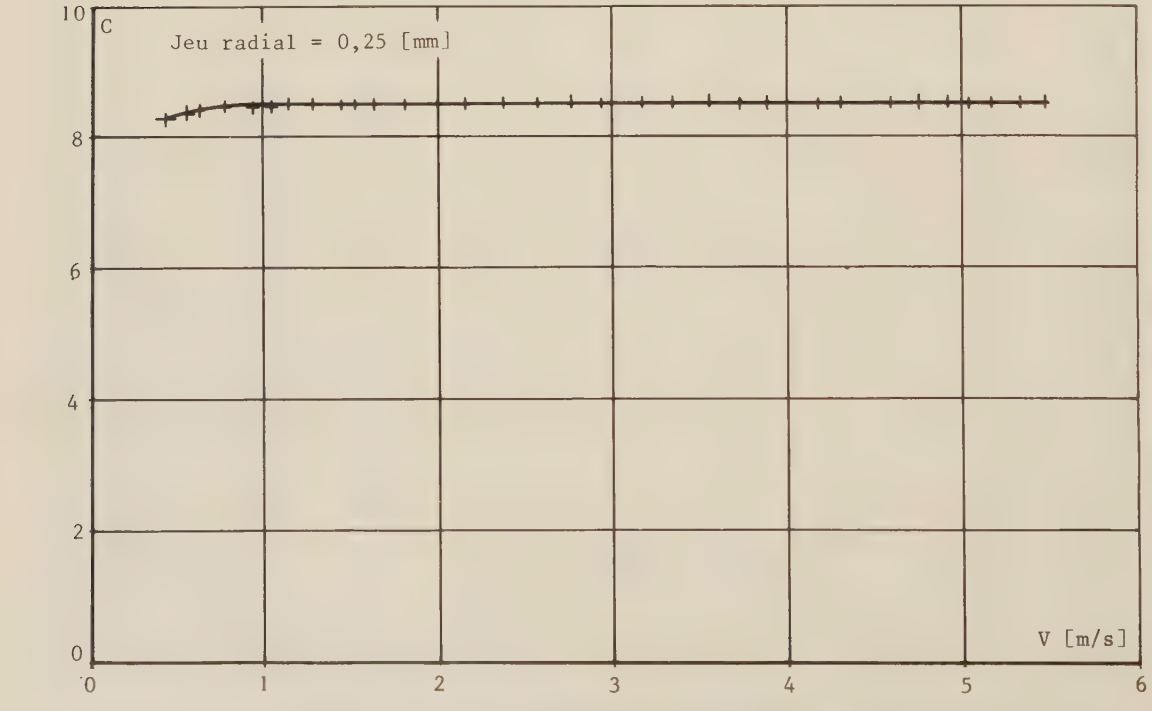


Fig.15 - Essais série n°3 - Variation du coefficient C en fonction de la vitesse moyenne sur la face amont des pales

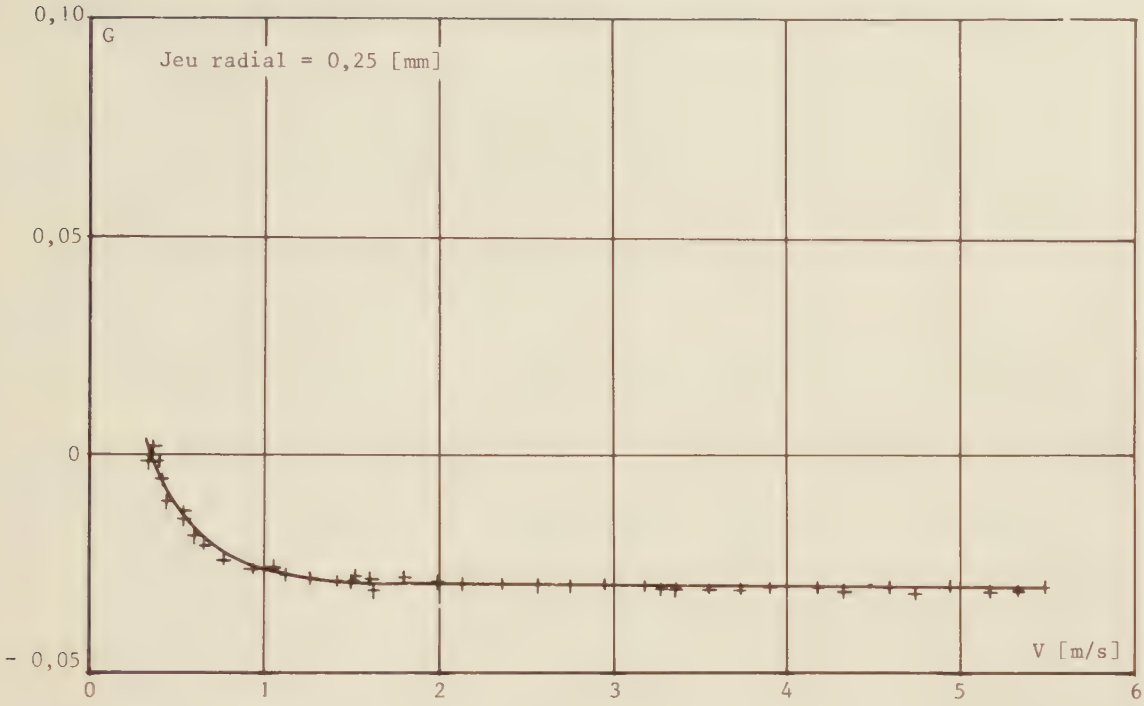


Fig.16 - Essais série n°3 - Variation du glissement G en fonction de la vitesse sur la face amont des pales

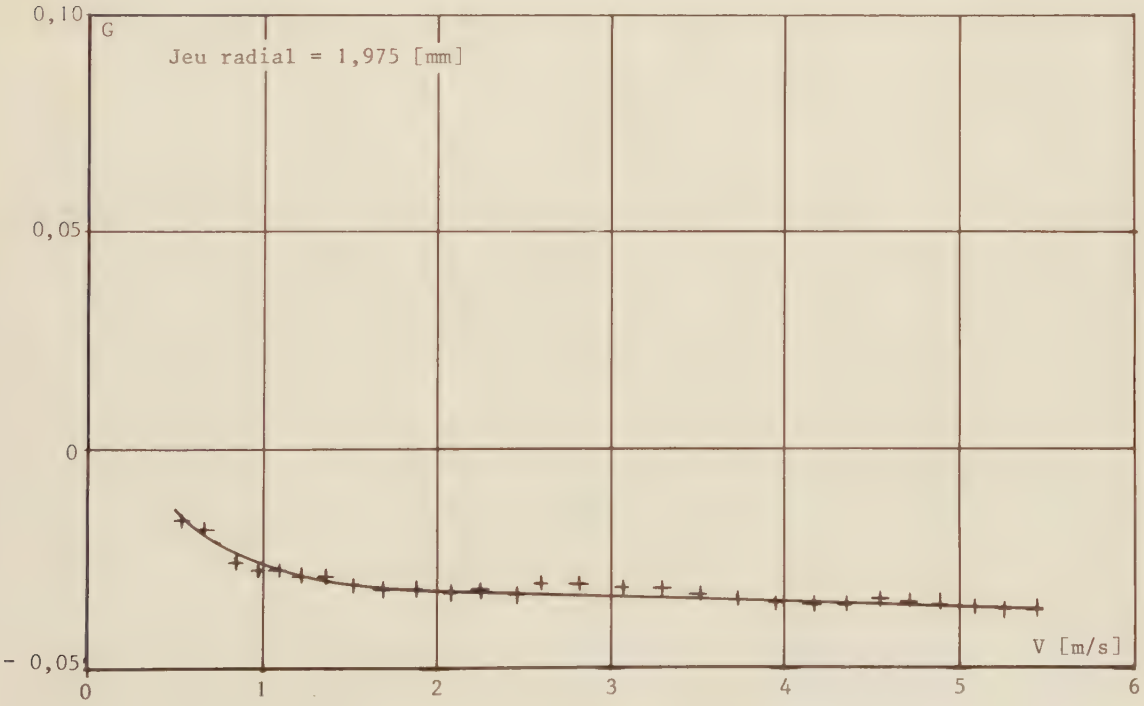


Fig.17 - Essais série n°7 - Variation du glissement G en fonction de la vitesse sur la face amont des pales

5.3 - APPROCHE DES COURBES EXPÉRIMENTALES LIANT LA VITESSE DE ROTATION AU DÉBIT PAR DES CARACTÉRISTIQUES LINÉAIRES

Afin d'étudier les courbes expérimentales liant F à V , nous les avons lissées par des caractéristiques linéaires ne passant pas par l'origine.

Les courbes $F = A + B\,V$ représentant le lissage des points expérimentaux obtenu en minimisant la distance :

$$\Sigma\, d_i^2 = \Sigma \left| \frac{F_i - (A + B\,V_i)}{F_i} \right|^2$$

c'est-à-dire en minimisant les erreurs relatives vis-à-vis de la droite expérimentale.

On obtient donc :

$$\Sigma\, d_i^2 = \Sigma \left| \frac{F_i^2 + (A + B\,V_i)^2 - 2\,F\,(A + B\,V_i)}{F_i^2} \right|$$

Ecrivons :

$$\frac{\partial\, \Sigma\, d_i^2}{\partial\, A} = 0$$

$$\frac{\partial\, \Sigma\, d_i^2}{\partial\, B} = 0$$

$$A\,\Sigma\frac{1}{F_i^2} + B\,\Sigma\frac{V_i}{F_i^2} = \Sigma\frac{1}{F_i}$$

$$A\,\Sigma\frac{V_i}{F_i^2} + B\,\Sigma\frac{V_i^2}{F_i^2} = \Sigma\frac{V_i}{F_i}$$

On obtient donc la droite $F = A + B\,V$ approchant ainsi les points expérimentaux.

$$A = \frac{\Sigma\frac{1}{F_i}\;\Sigma\frac{V_i^2}{F_i^2} - \Sigma\frac{V_i}{F_i}\cdot\Sigma\frac{V_i}{F_i^2}}{\Sigma\frac{1}{F_i^2}\;\Sigma\frac{V_i^2}{F_i^2} - \left(\Sigma\frac{V_i}{F_i^2}\right)^2}$$

$$B = \frac{\Sigma\frac{1}{F_i^2}\;\Sigma\frac{V_i}{F_i} - \Sigma\frac{V_i}{F_i^2}\;\Sigma\frac{1}{F_i}}{\Sigma\frac{1}{F_i^2}\;\Sigma\frac{V_i^2}{F_i^2} - \left(\Sigma\frac{V_i}{F_i^2}\right)^2}$$

Les résultats sont comparés avec la droite de régression minimisant :

$$\Sigma\, d_i'^2 = \left[F_i - (A_1 + B_1\;V_i) \right]^2$$

c'est-à-dire :

$$A_1 = \frac{\Sigma F_i \Sigma V_i^2 - \Sigma V_i \Sigma V_i F_i}{N \Sigma V_i^2 - (\Sigma V_i)^2}$$

$$B_1 = \frac{N \Sigma V_i F_i - \Sigma V_i \Sigma F_i}{N \Sigma V_i^2 - (\Sigma V_i)^2}$$

N = nombre de points expérimentaux.

On peut dès lors exprimer les écarts quadratiques :

1°) vis-à-vis de $F = A + B V$:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma \left(1 - \frac{A}{F_i} - \frac{B V_i}{F_i} \right)^2}{N}}$$

2°) vis-à-vis de $F = A_1 + B_1 V$:

$$\sigma_1 = \sqrt{\frac{\Sigma \left(1 - \frac{A_1}{F_i} - \frac{B_1 V_i}{F_i} \right)^2}{N}}$$

$$\sigma_2 = \sqrt{\frac{\Sigma (F_i - A_1 - B_1 V_i)^2}{N}}$$

On se fixe, d'après RUFENER [17], comme erreur entre l'utilisation de la droite expérimentale et la valeur vraie, la valeur 3σ ; en effet, si l'ensemble des points expérimentaux vis-à-vis des points théoriques se situe dans cet intervalle, et en supposant que la dispersion des points expérimentaux vis-à-vis de cette droite soit gaussienne, nous n'avons que trois chances sur mille d'avoir des points extérieurs à cet intervalle (la valeur la plus probable de l'erreur est $0{,}65\,\sigma$)

Le tableau IV donne les valeurs suivantes :

X_1 , X_2 intervalle de mesure,

A , B , σ liés au minimum de Σd_i^2 ,

A_1 , B_1 , σ_1 , σ_2 liés au minimum de $\Sigma d_i'^2$.

X_1	X_2	A	B	σ	A_1	B_1	σ_1	σ_2
5,450	3,711	-0,0085	8,4915	0,00054	-0,0037	8,4905	0,00054	0,02155
5,450	3,536	0,0059	8,4885	0,00052	0,0065	8,4884	0,00052	0,02075
5,450	3,319	0,0068	8,4883	0,00050	0,0070	8,4883	0,00050	0,01994
5,450	3,148	-0,0100	8,4919	0,00050	-0,0055	8,4909	0,00050	0,01956
5,450	2,918	-0,0251	8,4952	0,00050	-0,0170	8,4933	0,00050	0,01928
5,450	2,733	-0,0309	8,4965	0,00049	-0,0226	8,4945	0,00049	0,01878
5,450	2,545	-0,0362	8,4977	0,00048	-0,0276	8,4956	0,00048	0,01835
5,450	2,344	-0,0369	8,4979	0,00046	-0,0296	8,4960	0,00047	0,01786
5,450	2,115	-0,0378	8,4981	0,00045	-0,0314	8,4964	0,00046	0,01741
5,450	1,974	-0,0436	8,4996	0,00045	-0,0357	8,4974	0,00046	0,01715
5,450	1,956	-0,0440	8,4997	0,00044	-0,0370	8,4977	0,00045	0,01677
5,450	1,775	-0,0515	8,5016	0,00047	-0,0420	8,4988	0,00049	0,01680
5,450	1,574	-0,0508	8,5014	0,00046	-0,0429	8,4991	0,00048	0,01645
5,450	1,481	-0,0474	8,5005	0,00047	-0,0422	8,4989	0,00047	0,01612
5,450	1,412	-0,0435	8,4994	0,00048	-0,0408	8,4986	0,00048	0,01585
5,450	1,246	-0,0424	8,4991	0,00047	-0,0407	8,4985	0,00047	0,01554
5,450	1,103	-0,0412	8,4987	0,00047	-0,0404	8,4984	0,00047	0,01525
5,450	1,005	-0,0453	8,5000	0,00050	-0,0420	8,4989	0,00051	0,01510
5,450	0,904	-0,0448	8,4999	0,00049	-0,0422	8,4989	0,00050	0,01484
5,450	0,746	-0,0467	8,5005	0,00049	-0,0430	8,4991	0,00051	0,01463
5,450	0,580	-0,0559	8,5042	0,00072	-0,0457	8,4998	0,00086	0,01484
5,450	0,523	-0,0651	8,5080	0,00100	-0,0491	8,5007	0,00131	0,01541
5,450	0,397	-0,0773	8,5135	0,00141	-0,0532	8,5017	0,00214	0,01641

Tableau IV – Approches d'une courbe expérimentale par des caractéristiques linéaires

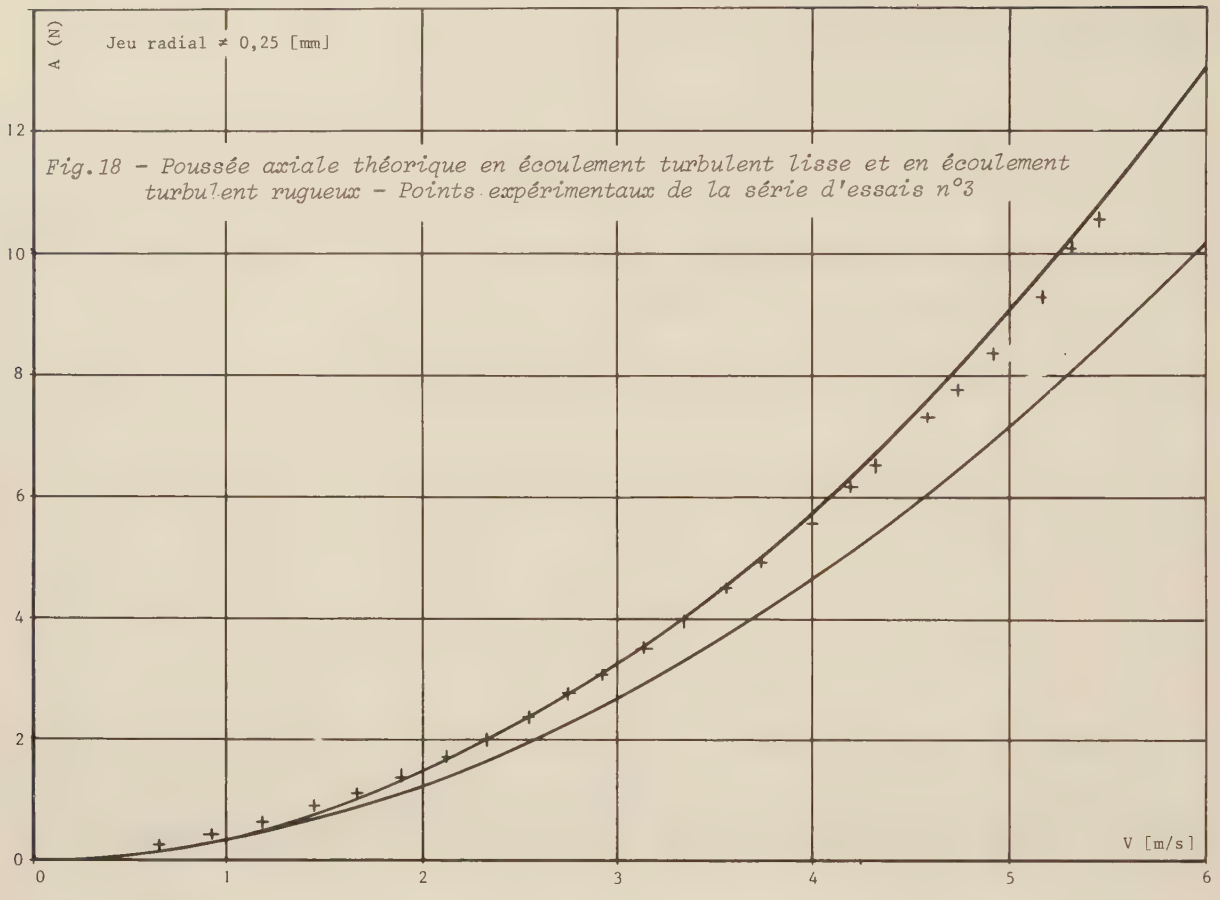


Fig.18 - Poussée axiale théorique en écoulement turbulent lisse et en écoulement turbulent rugueux - Points expérimentaux de la série d'essais n°3

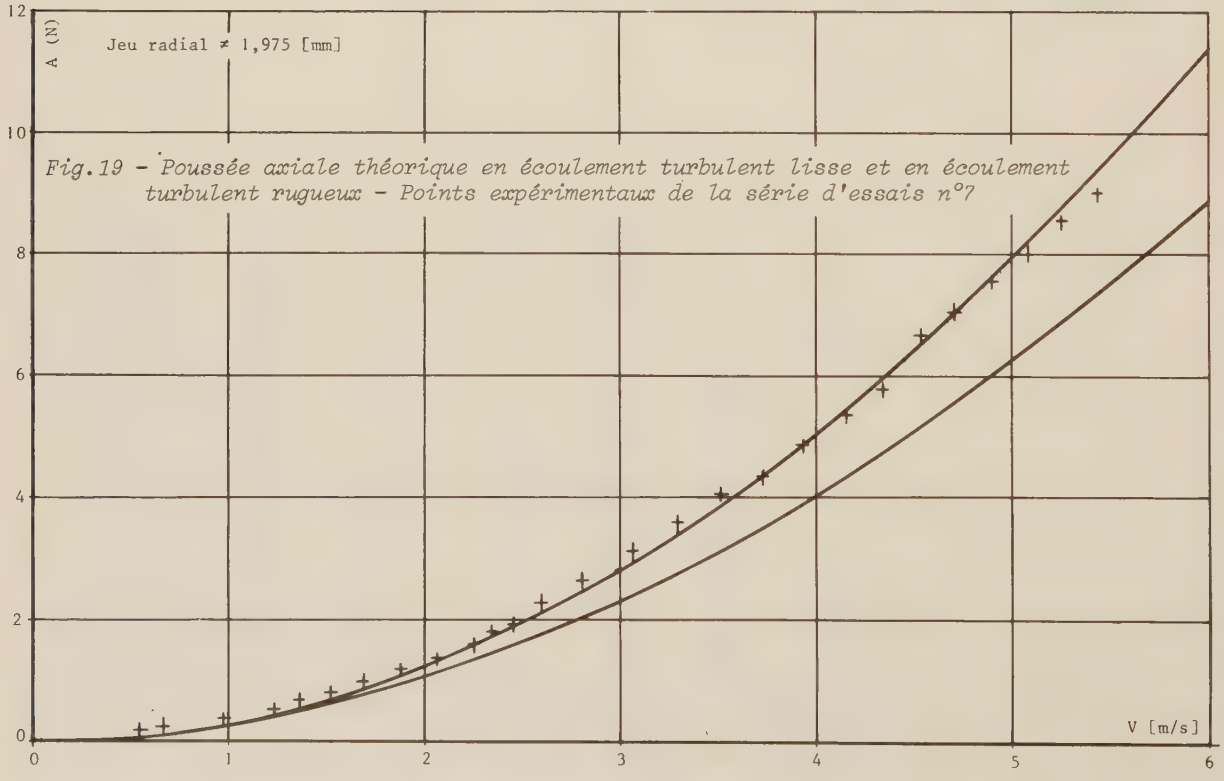


Fig.19 - Poussée axiale théorique en écoulement turbulent lisse et en écoulement turbulent rugueux - Points expérimentaux de la série d'essais n°7

5.4 - ETUDE EXPÉRIMENTALE DE LA POUSSÉE AXIALE

Les courbes des figures 18 à 21 représentent les valeurs théoriques de poussée axiale en écoulement turbulent lisse et turbulent rugueux (rugosité équivalente : sur pales 2 / 100 , sur moyeu 1/10) d'une part, les points expérimentaux d'autre part.

Les tableaux V à VII donnent les valeurs suivantes :

V : Vitesse moyenne d'écoulement [m/s] .

AE : Poussée axiale mesurée [N] .

AR : Poussée axiale calculée , écoulement rugueux [N] .

AT : Poussée axiale calculée, écoulement turbulent lisse [N] .

GR : Glissement calculé, écoulement rugueux, si $M_r = 0$.

GT : Glissement calculé, écoulement turbulent lisse, si $M_r = 0$.

Justification de la valeur des rugosités équivalentes

Les valeurs des rugosités équivalentes ont été déterminées afin d'ajuster les études théoriques aux résultats expérimentaux, faute de moyen permettant de déterminer directement la rugosité équivalente sur des surfaces usinées.

Il importait de vérifier que ces valeurs étaient plausibles . Pour ce faire, une étude physique des imperfections de surface a été effectuée.Deux types d'imperfections affectent un état de surface : une ondulation, et une rugosité vis-à-vis de cette ondulation; ces deux phénomènes interviennent pour déterminer une rugosité de sable équivalente.

A l'aide d'un palpeur nous avons fait effectuer , sur deux échantillons de la surface des pales et un échantillon de la surface du moyeu, une étude des imperfections de surface sans tenir compte de l'ondulation.

Cette étude révèle des écarts de l'ordre de 10 [µ] sur les pales. Compte tenu de l'influence de l'ondulation, la valeur de 20 [µ] est plausible.

L'étude menée sur le moyeu n'a pas grande signification , le palpeur n'ayant pu , ainsi que son utilisation l'exige, être déplacé perpendiculairement aux traînées d'usinage . La valeur de 8 [µ] ainsi mesurée nous permet de donner un ordre de grandeur de ces imperfections :

V [m/s]	AE [N]	AR [N]	AT [N]	GR	GT
5,44	10,51	10,700	8,403	-0,0460	-0,0450
5,30	10,02	10,156	7,992	-0,0460	-0,0450
5,15	9,22	9,590	7,563	-0,0460	-0,0450
4,90	8,32	8,681	6,873	-0,0460	-0,0450
4,72	7,72	8,055	6,397	-0,0460	-0,0451
4,56	7,26	7,518	5,987	-0,0460	-0,0451
4,30	6,48	6,685	5,349	-0,0460	-0,0451
4,17	6,12	6,287	5,043	-0,0460	-0,0452
3,97	5,52	5,698	4,589	-0,0460	-0,0452
3,71	4,88	4,976	4,029	-0,0460	-0,0452
3,53	4,46	4,505	3,663	-0,0460	-0,0453
3,32	3,93	3,985	3,256	-0,0460	-0,0453
3,11	3,47	3,497	2,873	-0,0460	-0,0454
2,90	3,04	3,040	2,513	-0,0460	-0,0454
2,73	2,73	2,694	2,238	-0,0460	-0,0455
2,53	2,34	2,314	1,935	-0,0460	-0,0455
2,31	1,97	1,929	1,626	-0,0460	-0,0456
2,10	1,67	1,594	1,355	-0,0460	-0,0457
1,87	1,33	1,264	1,085	-0,0460	-0,0458
1,64	1,07	0,972	0,844	-0,0460	-0,0459
1,42	0,86	0,729	0,641	-0,0460	-0,0460
1,16	0,60	0,486	0,436	-0,0460	-0,0462
0,90	0,39	0,293	0,269	-0,0460	-0,0464
0,63	0,21	0,143	0,136	-0,0460	-0,0468

Tableau V - Poussées axiales mesurées, poussées axiales et glissements calculés pour la série d'essais n°3

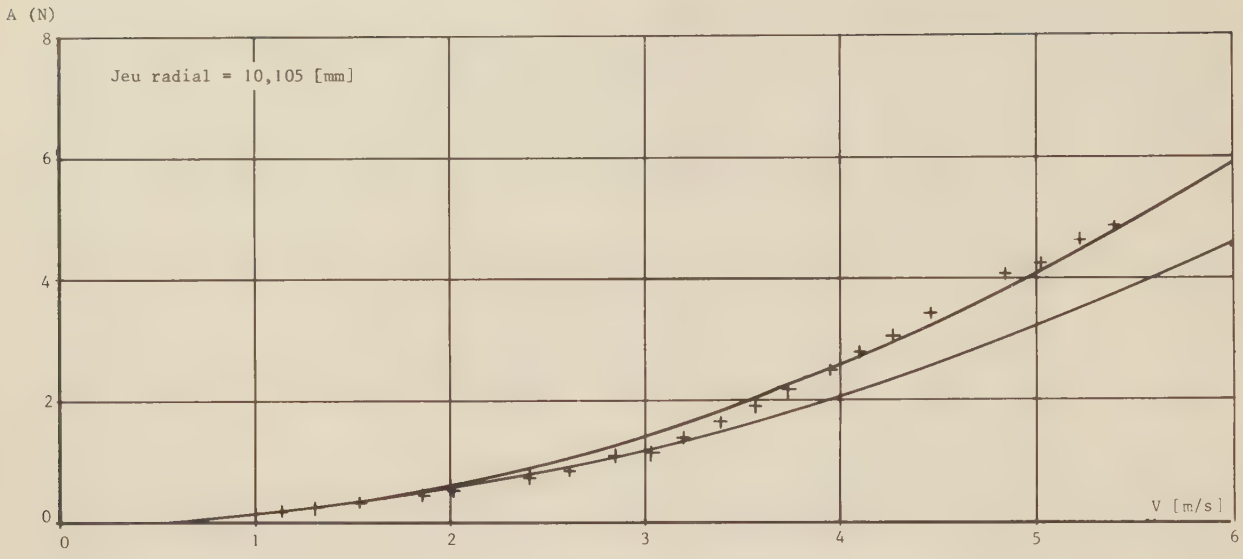


Fig.20 - Poussée axiale théorique en écoulement turbulent lisse et en écoulement turbulent rugueux - Points expérimentaux de la série d'essais n°10

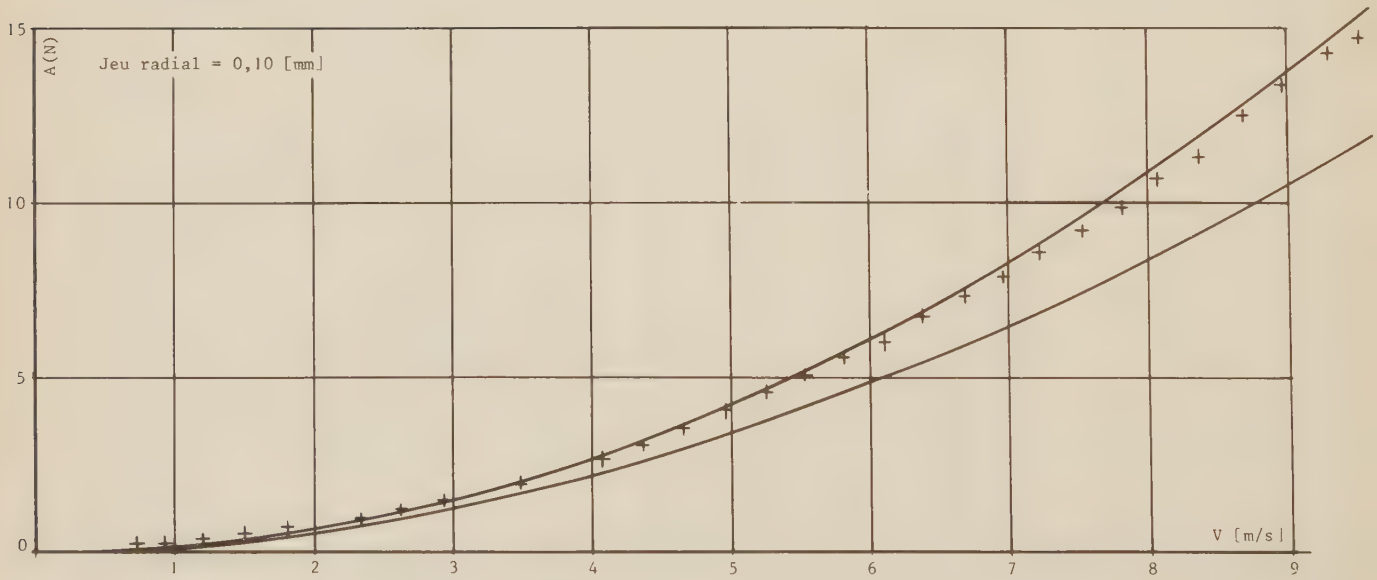


Fig.21 - Poussée axiale théorique en écoulement turbulent lisse et en écoulement turbulent rugueux - Points expérimentaux de la série d'essais n°11

ε = Ordre de grandeur des imperfections.

ε_1 = Mesure.

α = Angle direction de déplacement du palpeur avec angle des traînées d'usinage.

$$\varepsilon \simeq \frac{\varepsilon_1}{\cos^2 \alpha} \qquad \alpha \simeq 45° \Rightarrow \varepsilon \simeq 16\ [\mu] \quad \text{(ordre de grandeur)}$$

En outre,compte tenu du fait que l'ondulation est bien plus importante sur le moyeu que sur les pales, on peut physiquement admettre que la rugosité de sable, équivalente sur le moyeu,est grande vis-à-vis de celle sur les pales. La valeur de 100 [μ] choisie est donc logique, mais ne peut être atteinte directement.

V [m/s]	AE N	AR N	AT N	GR	GT
5,39	4,83	4,749	3,756	-0,0423	-0,0418
5,21	4,58	4,437	3,518	-0,0423	-0,0418
5,01	4,22	4,103	3,263	-0,0423	-0,0418
4,83	4,03	3,813	3,043	-0,0423	-0,0418
4,45	3,40	3,257	2,598	-0,0423	-0,0419
4,26	3,04	2,986	2,389	-0,0423	-0,0419
4,09	2,76	2,734	2,209	-0,0423	-0,0419
3,93	2,48	2,524	2,046	-0,0423	-0,0419
3,72	2,16	2,262	1,841	-0,0423	-0,0420
3,55	1,88	2,060	1,682	-0,0423	-0,0420
3,37	1,63	1,856	1,522	-0,0423	-0,0420
3,18	1,38	1,653	1,362	-0,0423	-0,0421
3,01	1,13	1,481	1,225	-0,0423	-0,0421
2,83	1,06	1,309	1,089	-0,0423	-0,0421
2,59	,84	1,096	0,918	-0,0423	-0,0422
2,39	0,72	0,933	0,787	-0,0423	-0,0422
2,00	0,51	0,654	0,560	-0,0423	-0,0423
1,84	0,42	0,553	0,477	-0,0423	-0,0424
1,52	0,30	0,377	0,331	-0,0423	-0,0425
1,29	0,21	0,272	0,242	-0,0423	-0,0426
1,12	0,16	0,205	0,185	-0,0423	-0,0427

Tableau VI - Poussées axiales mesurées, poussées axiales et glissements calculés pour la série d'essais n° 10

V [m/s]	AE N	AR N	AT N	GR	GT
9,50	14,70	15,355	11,718	-0,0423	-0,0415
9,27	14,30	14,620	11,177	-0,0423	-0,0415
8,95	13,40	13,628	10,444	-0,0423	-0,0416
8,68	12,50	12,818	9,845	-0,0423	-0,0416
8,35	11,30	11,862	9,136	-0,0423	-0,0416
8,05	10,70	11,027	8,513	-0,0423	-0,0416
7,80	9,86	10,356	8,011	-0,0423	-0,0416
7,51	9,22	9,595	7,447	-0,0423	-0,0416
7,21	8,58	8,843	6,884	-0,0423	-0,0417
6,94	7,90	8,193	6,396	-0,0423	-0,0417
6,67	7,34	7,568	5,925	-0,0423	-0,0417
6,36	6,78	6,881	5,406	-0,0423	-0,0417
6,08	6,07	6,288	4,957	-0,0423	-0,0417
5,80	5,60	5,722	4,527	-0,0423	-0,0418
5,50	5,07	5,146	4,087	-0,0423	-0,0418
5,23	4,58	4,653	3,709	-0,0423	-0,0418
4,96	4,10	4,185	3,350	-0,0423	-0,0418
4,65	3,51	3,678	2,959	-0,0423	-0,0419
4,36	3,05	3,233	2,614	-0,0423	-0,0419
4,07	2,68	2,817	2,290	-0,0423	-0,0420
3,76	2,30	2,404	1,967	-0,0423	-0,0420
3,48	1,93	2,060	1,695	-0,0423	-0,0420
2,95	1,55	1,480	1,234	-0,0423	-0,0421
2,66	1,29	1,203	1,012	-0,0423	-0,0422
2,34	1,03	0,931	0,792	-0,0423	-0,0423
2,07	0,80	0,729	0,626	-0,0423	-0,0424
1,79	0,71	0,545	0,474	-0,0423	-0,0424
1,49	0,58	0,377	0,334	-0,0423	-0,0426
1,20	0,42	0,245	0,221	-0,0423	-0,0427
0,93	0,32	0,147	0,136	-0,0423	-0,0429
0,73	0,28	0,091	0,085	-0,0423	-0,0431

Tableau VII - Poussées axiales mesurées, poussées axiales et glissements calculés pour la série d'essais n° 11

5.5 - ETUDE EXPÉRIMENTALE DE LA TURBINE MONTÉE SUR PALIER A AIR

On a constaté expérimentalement que, en absence d'écoulement , la turbine montée sur palier à air présentait une rotation résiduelle très lente lorsque le palier était en fonctionnement, et que la vitesse était indépendante de la pression d'alimentation si elle est supérieure à 0,8 [bar]. Les manipulations ont été effectuées avec la pression 1,2 [bar]. Cette rotation résiduelle est due à la fois aux dissymétries d'usinage du palier et aux jets d'air qui, sortant des stators, agissent sur les pales de la turbine.

Turbine : diamètre = 73,89 [mm]

Cube visualisation : diamètre = 74,22 [mm]

Tuyère : diamètre = 15,002 [mm]

Nous avons étudié cette turbine à grandes vitesses , les débits gazeux la traversant s'étalant de 80 [g/s] à 159 [g/s] , les vitesses de rotation s'étalant de 140 à 270 [tr/s] .

Nous constatons, tout comme pour la première turbine , l'existence d'un glissement négatif et une caractéristique débit-vitesse de rotation linéaire (fig.22 et 23).

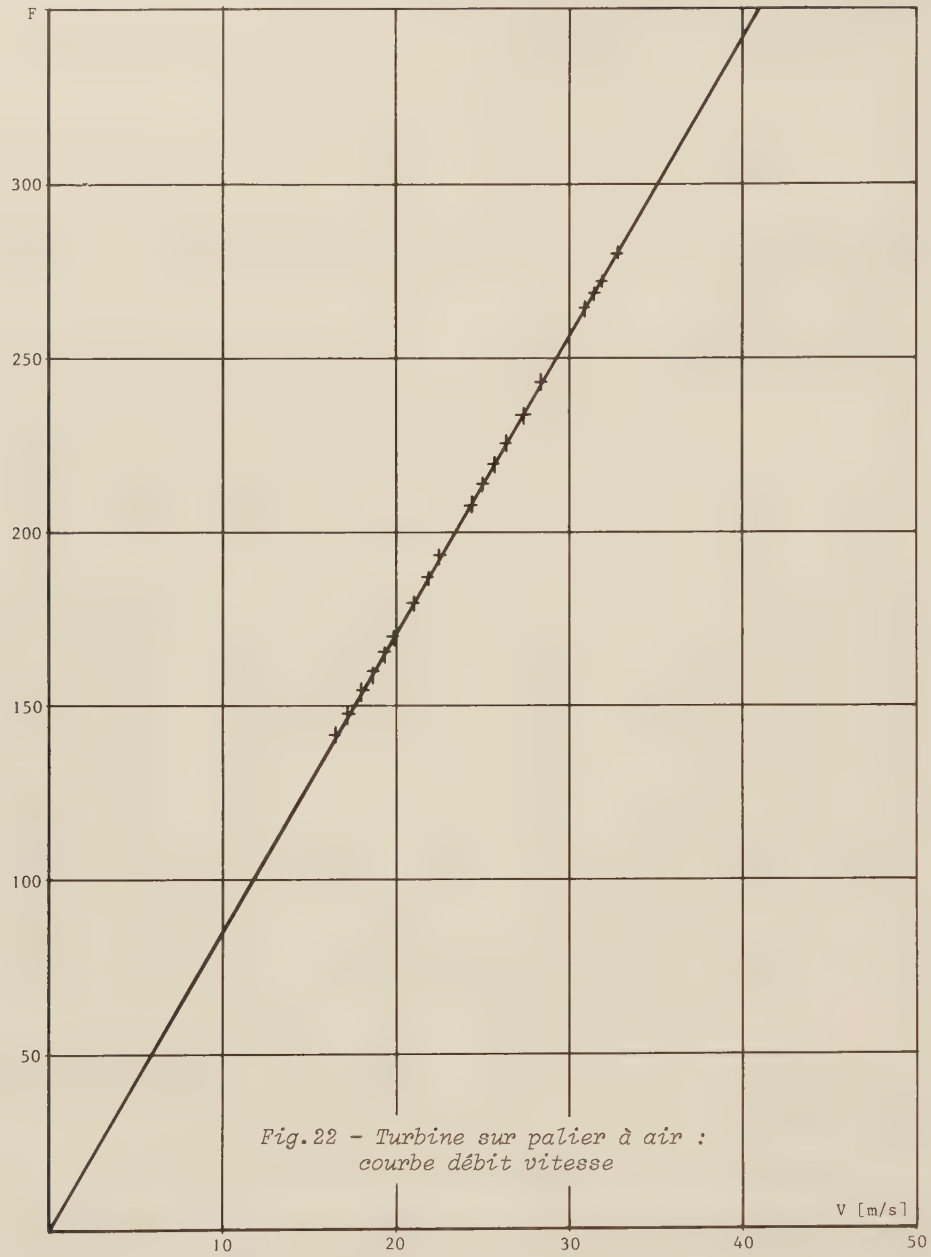


Fig.22 - Turbine sur palier à air : courbe débit vitesse

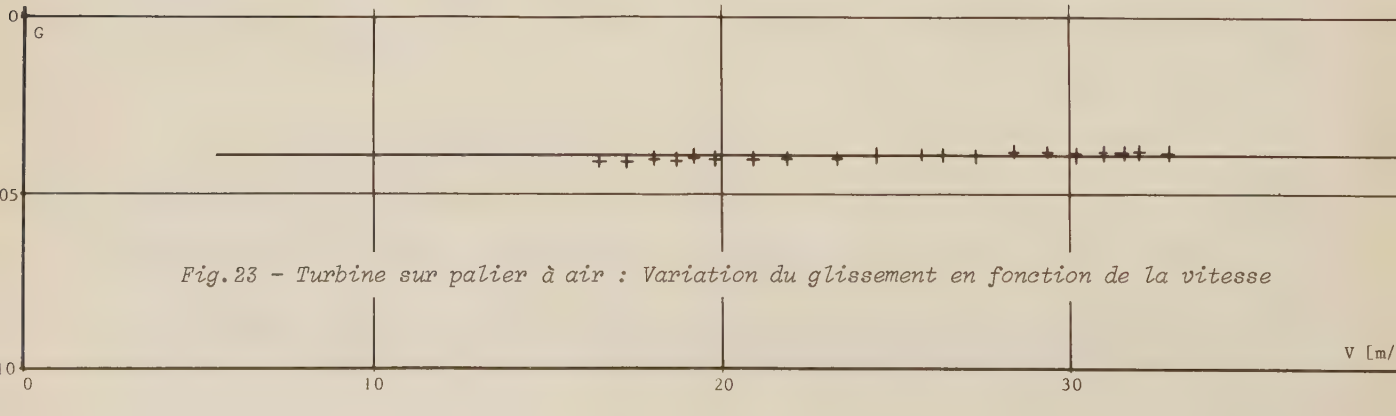


Fig.23 - Turbine sur palier à air : Variation du glissement en fonction de la vitesse

VI - EXPLOITATION DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

6.1 - INFLUENCE DU JEU ε ENTRE PALES ET CONDUITE

6.1.1 - INFLUENCE SUR LES CARACTERISTIQUES

Nous constatons que, pour ε donné, le glissement $1 - \frac{N}{N_O} \to Cte < 0$ si V croît. Si le jeu ε augmente, cette limite diminue alors que la valeur théorique obtenue pour $M_r = 0$ croît. Cela signifie (cf. 4.5.3) que, dans $M_{r2} = C\,\omega^2$, C est une fonction décroissante de ε .

L'observation des courbes fournissant $1 - \frac{N}{N_O} = f(V)$ pour les séries 1, 2 et 11 (études menées si ε est petit) révèle la présence de deux paliers liés probablement à la structure des couches limites tridimensionnelles qui se développent entre l'extrémité des pales et la conduite. On constate que, si le jeu ε n'est pas trop petit, la plage d'utilisation $\left(1 - \frac{N}{N_O} \simeq Cte\right)$ est importante (séries 5 à 8), et que lorsque ε est grand, les tourbillons relatifs se formant en bout de pales affectent la rotation (σ fonction croissant de ε) .

L'étude menée série 7 fait exception à cette règle (σ plus important que pour les séries suivantes , cela est dû à des vibrations de la turbine observées durant les manipulations et dues à un défaut d'équilibrage dynamique.

Pour des jeux ε faibles, on détermine des plages d'utilisation où $3\,\sigma < 1/1000$; certains points expérimentaux n'étant connus qu'avec une incertitude de 1,5 / 1000 et se situant,vis-à-vis de la courbe d'étalonnage, dans l'intervalle 1/1000 , on peut affirmer que l'utilisation soignée de ce dispositif permet des mesures de débit avec une certitude inférieure à 1,5/1000.

6.1.2 - INFLUENCE SUR LA POUSSEE AXIALE

On constate que, si ε est grand, les points expérimentaux sont plus proches des courbes théoriques en écoulement pleinement rugueux que si ε est faible. Cela est dû à la centrifugation des couches limites qui est ainsi facilitée. Les mesures de la série 10 révèlent nettement le passage de l'écoulement turbulent lisse à l'écoulement turbulent rugueux.

6.2 - MODIFICATION DES CARACTÉRISTIQUES

Outre l'évolution des caractéristiques causée par ε , d'autres considérations peuvent intervenir :

- Nature du fluide.
- Nature des paliers.
- Equilibrage de la turbine.
- Phénomènes de cavitation.

L'écoulement le long des pales étant turbulent,lisse ou rugueux,selon le nombre de Reynolds et la centrifugation des couches limites, pour un jeu donné, $1 - \frac{N}{N_O} \to Cte$, mais cette valeur limite ne dépend pas du fluide. Seule la grandeur de la plage d'utilisation est modifiée (zone de démarrage).

La nature des paliers intervient pour la détermination du couple résistant M_r .

Les vibrations de la turbine altérant les caractéristiques, il importe de veiller à un excellent équilibrage de la roue et de l'utiliser dans des gammes de vitesses où elles n'interviennent pas.

Il est certain que des phénomènes de cavitation peuvent apparaître aux grandes vitesses modifiant les conditions d'écoulement le long des pales, mais ils ne se produisent jamais avec le banc d'essais dont nous disposons.

VII - CONCLUSIONS

Le principe de calcul des écoulements à travers les grilles d'aubes planes sous incidence nulle, révélé par SCHLICHTING et SCHOLZ [18], vérifié expérimentalement dans le cas de grilles fixes, a été adapté à l'étude de grilles mobiles, et la vérification expérimentale effectuée sur des turbines débitmétriques à pales hélicoïdales. On peut généraliser ce calcul à l'étude de la grille d'aubes planes sous incidence faible et préciser l'influence de la rugosité des pales. Les conclusions théoriques concordent avec les résultats expérimentaux. On montre que les turbines débitmétriques à pales hélicoïdales présentent toujours un glissement négatif si le couple résistant est suffisamment faible, et on peut calculer la poussée axiale.

Pour réaliser pratiquement une turbine débitmétrique, il importe d'effectuer l'étalonnage dans les conditions d'utilisation (influence du profil des vitesses), d'avoir un bon équilibrage dynamique (influence des vibrations) et de conserver le même état de surface dans le temps (influence sur le glissement et sur la valeur de la poussée axiale, donc sur M_r). Il est intéressant de signaler que l'accroissement du jeu entre les pales et la conduite augmente l'étendue de mesure, mais malheureusement en diminue la précision, tant qu'il n'est pas trop important. On peut donc considérer qu'il existe un jeu optimum où la dispersion des points est faible et l'étendue de mesures importante.

Les essais effectués avec le montage sur palier fluide révèlent que ce dispositif est utilisable pour de grandes vitesses d'écoulement.

BIBLIOGRAPHIE

[1] F.LEE et H.KARLBY - A study of viscosity effect and its compensation on turbine type flowmeters. Journal of basic engineering - septembre 1960.

[2] H.KARLBY et F.LEE - Turbine flowmeter. United States Patent Office 3248944 - 3 - 05 - 1966.

[3] E.GAGEY - Utilisation des compteurs - turbines pour la mesure des volumes et des débits de produits pétroliers. Société Hydrotechnique de France - IX journées de l'Hydraulique Paris 1966.

[4] R.SHAFER et F.W.RUEGG - Liquid flowmeter calibration. Techniques-transaction of the A.S.M.E. - octobre 1958.

[5] R.COMOLET - Mécanique expérimentale des Fluides - Tome II - Paris 1963.

[6] R.COMOLET - Communication personnelle (à publier).

[7] R.COMOLET et L.FERNEZ - Study of turbine type flowmeter with helical blades. 4 th Conference on fluid machinery - Budapest 1972.

[8] GERSTEN - Experimenteller Beitrag Zum Reibungseinfluss auf die Strömung durch ebene Schaufelgitter. Abhandlungen der Braunschweigerchen - Wissenschaftlichen gesellschaft - vol.7 - 1955.

[9] DAUCHERTY et INGERSOLL- Fluid mechanics - 1954.

[10] SCHLICHTING - Boundary layer theory - 1968.

[11] A.FORTIER - Hydrodynamique supérieure - écoulement dans les canalisations Cours de Sorbonne.

[12] HAMA - Boundary layer characteristics for smooth and rough surface. S.N.A.M.E. - 1954.

[13] WALLIS - Axial flow fans - 1961.

[14] - Fluid forces and moments on flat plates. Engineering sciences data n° 70015.

[15] R.COMOLET - Théorie de la turbine débitmétrique. Revue Roumaine des Sciences Techniques - Mécanique appliquée - Tome 15 - 1970.

[16] SCHLICHTING - Three dimensional boundary-layer flow. Conférence I A H R - Belgrade 1961.

[17] RUFENER - La mise en équation des résultats d'expériences. Paris 1951.

[18] SCHLICHTING et SCHOLZ - Uber theoretische Berechnung der Strömungsverluste eines ebenen Schaufelgitters. Ing. Archiv. 19 - 1951 - P.42-65.